

# ÍNDIX

Resum .....	2
Abstract .....	3
Agraïments .....	4
Índex .....	5
 <b>CAPÍTOL 1: INTRODUCCIÓ .....</b>	 <b>9</b>
1.1 – Introducció .....	9
1.2 – Objectius .....	10
 <b>CAPÍTOL 2: BASES DEL PFEM .....</b>	 <b>12</b>
2.1 – Introducció .....	12
2.2 – Algoritme bàsic del PFEM .....	13
2.3 – Descripció de l'algoritme d'interacció acoblada fluid estructura (FSI) ..	15
2.4 – Formulació FIC/FEM per a un fluid incompressible .....	17
2.4.1 – Transformació de l'equació de balanç de massa .....	18
2.4.2 – Discretització en elements finits .....	20
2.4.3 – Algoritme de pas fraccional per les variables de fluid .....	21
2.5 – Esquema escalonat pel problema FSI .....	22
2.6 – Tractament del contacte entre fluid i estructura .....	23
2.7 – Generació d'una nova malla .....	24
2.8 – Identificació de les superfícies de contorn .....	25
2.8.1 – Contacte entre interfícies sòlid – sòlid .....	26

<b>CAPÍTOL 3: EROSIÓ, TRANSPORT I SEDIMENTACIÓ EN EL PFEM .....</b>	<b>28</b>
3.1 – Introducció .....	28
3.2 – Model d'erosió .....	28
3.3 – Model de transport .....	32
3.4 – Model de sedimentació .....	33
 <b>CAPÍTOL 4: EXEMPLE DE VALIDACIÓ .....</b>	 <b>36</b>
4.1 – Introducció .....	36
4.2 – Descripció del cas .....	36
4.3 – Discussió de resultats .....	38
 <b>CAPÍTOL 5: EXEMPLES DEL MODEL D'EROSIÓ, TRANSPORT I SEDIMENTACIÓ .....</b>	 <b>42</b>
5.1 – Introducció .....	42
5.2 – Estudi de la conservació de sediment .....	43
5.2.1 – Introducció i descripció del model .....	43
5.2.2 – Discussió de resultats .....	43
5.3 – Formes de fons .....	44
5.3.1 – Introducció .....	44
5.3.2 – Descripció del model .....	45
5.3.3 – Discussió de resultats .....	46
5.4 – Erosió local al peu d'una travessa .....	46
5.4.1 – Introducció .....	46
5.4.2 – Descripció del model .....	47
5.4.3 – Discussió de resultats .....	48
5.5 – Erosió d'una presa de materials solts .....	51
5.5.1 – Introducció .....	51
5.5.2 – Descripció del model .....	52
5.5.3 – Discussió de resultats .....	53
5.5.3.1 – Fonamentació no erosionable .....	53
5.5.3.2 – Fonamentació parcialment erosionable .....	54
5.6 – Caiguda d'un raig d'aigua .....	55

5.6.1 – Introducció .....	55
5.6.2 – Descripció del model .....	56
5.6.3 – Discussió de resultats .....	57
5.7 – Trencament sobtat d'una presa .....	58
5.7.1 – Introducció .....	58
5.7.2 – Descripció del cas experimental en la situació 1 .....	59
5.7.3 – Descripció del cas numèric en la situació 1 .....	59
5.7.4 – Comparació de resultats en la situació 1 .....	60
5.7.5 – Descripció del cas experimental en la situació 2 .....	61
5.7.6 – Descripció del cas numèric en la situació 2 .....	62
5.7.7 – Comparació de resultats en la situació 2 .....	62
5.8 – Extracció de sediment de la llera d'un riu .....	64
5.8.1 – Introducció .....	64
5.8.2 – Descripció del model .....	64
5.8.3 – Discussió de resultats .....	65
5.9 – Erosió produïda per un raig d'aigua submergit .....	66
5.9.1 – Introducció .....	66
5.9.2 – Descripció del model .....	67
5.9.3 – Discussió de resultats .....	68
5.10 – Flux en un meandre – 3D .....	71
5.10.1 – Introducció .....	71
5.10.2 – Descripció del model .....	71
5.10.3 – Discussió de resultats .....	72
<b>CAPÍTOL 6: CONCLUSIONS I RECERCA FUTURA .....</b>	<b>74</b>
6.1 – Conclusions .....	74
6.2 – Recerca futura .....	75
<b>CAPÍTOL 7: REFERÈNCIES .....</b>	<b>77</b>
7.1 – Referències .....	77
7.2 – Programari emprat .....	79
<b>ANNEXES .....</b>	<b>80</b>
Annex 1: Codi font de <i>Pflow</i> .....	81

Annex 2: Erosió al peu d'una travessa transversal .....	84
Annex 3: Erosió d'una presa de materials solts – situació 1 .....	87
Annex 4: Erosió d'una presa de materials solts – situació 2 .....	88
Annex 5: Caiguda d'un raig d'aigua .....	89
Annex 6: Trencament sobtat d'una presa – situació 1 .....	91
Annex 7: Trencament sobtat d'una presa – situació 2 .....	94
Annex 8: Extracció de sediment d'una llera .....	96
Annex 9: Erosió produïda per un raig d'aigua submergit .....	98
Annex 10: Article “ <i>Erosion by a two-dimensional horizontal jet on a movable bed downstream of a fixed bed</i> ” .....	100
Annex 11: Article “ <i>The stepped dam-break test case: results from the IMPACT benchmark</i> ” .....	107

# CAPÍTOL 1

## INTRODUCCIÓ

### 1.1 – INTRODUCCIÓ

L'estudi de la interacció entre fluid i sediment (erosió, transport i sedimentació) és molt important en enginyeria de rius, costera, ambiental i en els camps associats a aquests.

Per exemple, l'erosió afecta als fonaments de les estructures que estan fonamentades sobre els cursos fluvials. El cas més paradigmàtic d'aquest fet són les piles de ponts. La gran majoria de ponts que col·lapsen durant episodis d'avingudes extraordinàries ho fan a causa del descalçament dels seus fonaments, i no pas com a conseqüència de les forces induïdes pel flux de fluid.

El procés de sedimentació també és extremadament important perquè l'acumulació de sediment en determinades zones també pot causar problemes. En aquest cas la problemàtica associada a la sedimentació és d'un ordre diferent a la problemàtica causada per l'erosió. Per exemple, la sedimentació modifica les condicions de navegabilitat dels rius i ports o modifica el perfil de platges i costes.

Malgrat els exemples exposats en el paràgrafs anteriors, els processos d'erosió i sedimentació estan relacionats, i es produeixen ja que es desenvolupen simultàniament. Lògicament, entre l'erosió i la sedimentació es produeix el transport, el qual afecta el flux de fluid, ja que en canvia la densitat i la viscositat.

El fenomen d'interacció entre fluid i sediment es pot analitzar mitjançant la resolució de les equacions de Navier-Stokes per les variables de fluid. Les variables de fluid calculades a cada interval de temps s'utilitzen per a resoldre les equacions de transport de sediment. Diferents investigadors han publicat solucions numèriques del fenomen d'interacció entre fluid i sediment usant principalment esquemes de diferències finites o volums finits, ja sigui amb una descripció Euleriana o una descripció arbitràriament Lagrangiana-Euleriana (ALE), per a resoldre tant les equacions del fluid com les del transport de sediment. Algunes d'aquestes publicacions són van Rijn [27] i [28], Struiksmá *et al* [26], Phillips i Sutherland [21], Rahuel *et al* [22], Kovacs i Parker [12] o Wu *et al* [31].

Per tal de resoldre les equacions de Navier-Stokes, en la present tesina, s'utilitza el Mètode dels Elements Finitos i de Partícules (PFEM), desenvolupat per Oñate *et al* [16],[18],[19] i [20] i Idelsohn [10] i [11].

En cada pas de temps s'aplica el model d'interacció entre fluid i sediment, el qual canvia algunes propietats de les variables nodals de la malla per tal de simular la interacció entre fluid i estructura. En concret, el model d'erosió, transport i sedimentació usat en la present tesina és un model evolucionat a partir del model presentat per Oñate *et al* [16].

El PFEM usa una descripció Lagrangiana dels dominis fluid i sòlid per tal de formular les equacions que governen el problema. En la formulació Lagrangiana es segueix el moviment dels punts materials del domini. D'aquesta manera, en el domini discretitzat, un node es pot interpretar com un punt material del domini (i per tant s'anomena "partícula").

El fet que el PFEM representi els nodes de fluid i de sòlid com a partícules que es mouen lliurement i que, fins i tot, poden separar-se del domini a que pertanyen, permet representar, per exemple, l'efecte de gotes d'aigua o partícules sòlides aïllades. Els nodes dels diferents dominis del problema d'estudi estan relacionats mitjançant una malla, on es resolen per mitjà del mètode dels elements finits tradicional les equacions que governen el problema.

El fet d'emprar una descripció Lagrangiana comporta la desaparició del terme convectiu de l'equació de balanç de quantitat de moviment de Navier-Stokes.

No obstant, la necessitat de tractar convenientment la condició d'incompressibilitat del fluid es pot obviar en la formulació Lagrangiana. L'ús d'interpolacions estàndard d'elements finits pot provocar problemes de bloqueig volumètric tal com descriu Donea i Huerta [5] i Zienkiewicz [33]. En el PFEM, el bloqueig volumètric s'evita mitjançant el procediment del càlcul finit desenvolupat per Oñate [18].

Els fenòmens d'erosió, transport i sedimentació es modelen de la forma següent. El flux de fluid genera unes tensions tangencials al contorn de sediment. Quan aquestes tensions tangencials compleixen unes certes condicions, el node corresponent de sediment (node del domini sòlid) és erosionat, i passa a formar part del domini de fluid. En aquest instant comença el transport del sediment. El nou node de fluid té unes propietats físiques diferents a les de l'aigua (densitat i viscositat), d'aquesta manera es pretén modelar el flux de la mescla entre sediment i aigua. La sedimentació es produeix quan el node de material erosionat compleix, entre d'altres, unes certes condicions d'energia cinètica. Llavors, el node de sediment erosionat deixa de pertànyer al domini de fluid i torna a formar part del domini de sòlid.

L'esquema de la present tesina és el següent. En el capítol 2 es descriuen les particularitats del PFEM. En el següent capítol es descriu el model proposat per estudiar els fenòmens d'erosió, transport i sedimentació. En el següent capítol, el capítol 4, s'estudia la propagació d'ones en un canal prismàtic. L'objectiu d'aquest capítol és la familiarització de l'autor de la tesina amb el PFEM i el programa en el qual està implementat (*Pflow*). En el capítol 5 es presenten diferents exemples en què es

representen distintes i variades situacions d'interacció entre fluid i sediment. Aquests casos es comparen amb resultats experimentals, o en el seu defecte, es comparen amb el comportament que prediu la teoria. Finalment, la tesina conclou amb un capítol on s'exposen les conclusions extretes a partir dels resultats exposats en els capítols precedents.

## 1.2 – OBJECTIUS

La present tesina té dos objectius fonamentals:

1. Desenvolupament d'un model basat en el PFEM que descrigui la interacció entre fluid i sediment. És a dir, desenvolupar un model que simuli els processos d'erosió, transport i sedimentació de material sedimentari.
2. Realitzar simulacions numèriques que exemplifiquin el comportament del model d'erosió, transport i sedimentació desenvolupat. Aquestes simulacions pretenen representar casos dels quals es coneixen resultats experimentals, o que el coneixement teòric ens permet conèixer el seu comportament. D'aquesta manera es pot realitzar una comparació entre els resultats obtinguts numèricament i els resultats experimentals. En tots els casos, la mencionada comparació es realitza de manera qualitativa, i es deixa per estudis futurs, la calibració del model i la seva validació de manera quantitativa.

Complementàriament, el present treball també té uns objectius més acadèmics, els quals són estrictament necessaris d'assolir per tal de complir els objectius exposats anteriorment. Aquests objectius complementaris són:

1. L'estudi del PFEM, doncs és la base més teòrica del treball desenvolupat en la present tesina.
2. La iniciació a la utilització del programa *Pflow* basat en el PFEM, el qual serveix per a realitzar les simulacions numèriques presentades. En concret, l'aprenentatge del funcionament del *Pflow* i de les seves peculiaritats es realitza a partir de l'estudi de la propagació d'onatge en un canal (capítol 4)
3. L'aprenentatge del llenguatge informàtic C++, per tal d'interpretar el codi font del programa *Pflow*.
4. La interpretació del codi font de *Pflow*, per tal de poder modificar-lo i introduir-hi el model de erosió, transport i sedimentació.

## CAPÍTOL 2

### BASES DEL PFEM

#### 2.1 - INTRODUCCIÓ

En el present capítol es descriuen les generalitats, característiques i avantatges del mètode dels elements finits i de partícules (PFEM) per a la resolució de les equacions de Navier-Stokes.

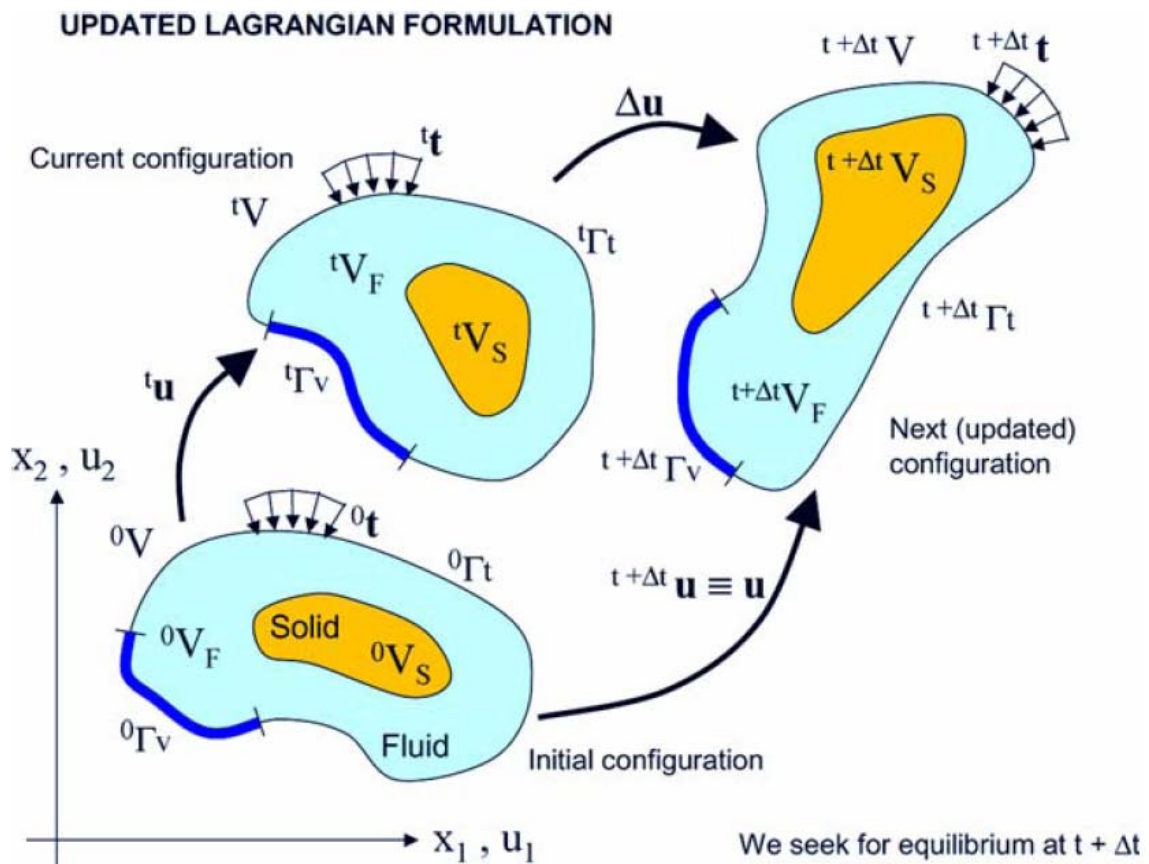


Figura 2.1.1. Descripció Lagrangiana actualitzada d'un medi continu amb dominis fluid i sòlid.



Es considera un domini que conte subdominis de fluid i de sòlid. El flux del medi fluid interactua amb els contorns del sòlid, tot introduint-hi deformació del sòlid. A més a més, la presència del contorn sòlid afecta el desenvolupament del moviment del fluid. Per tant, el problema està totalment acoblat.

El PFEM utilitza, tant pel subdomini fluid com pel sòlid, la *formulació Lagrangiana actualitzada*. És a dir, es coneixen els valors de totes les variables en la *configuració actual* a l'instant  $t$ . Es pretén calcular el nou conjunt de variables en ambdós subdominis en la *configuració actualitzada* a l'instant  $t + \Delta t$  (figura 2.1.1). El mètode dels elements finits s'usa per resoldre les equacions de continuïtat en els dos subdominis. Conseqüentment, es genera una malla per discretitzar aquests dominis i resoldre les equacions que governen el problema mitjançant el mètode dels elements finits estàndard. Cal recordar que, tant els nodes de fluid com els de sòlid, són partícules materials, i es registra la seva evolució al llarg del temps. El fet anterior, és útil per modelar la sedimentació de partícules de sòlid prèviament erosionades.

Convé recordar que cadascuna de les partícules es tracta com a un punt material, el qual està caracteritzat per la densitat del domini a la qual pertany. Conseqüentment, la massa d'un domini s'obté a partir de la integració de la densitat al llarg del domini d'estudi.

Tal i com també passa en el mètode dels elements finits estàndard, la qualitat de la solució obtinguda depèn de la discretització del problema. En aquest sentit, es poden utilitzar malles adaptatives per tal de millorar la solució en les zones on es produeixen grans desplaçaments de fluid o de sòlid.

## 2.2 – ALGORITME BÀSIC DEL PFEM

1. El punt de partida en cada pas de temps és un núvol de punts en els subdominis fluid i sòlid. Per exemple,  $^nC$  representa el núvol de punts a l'instant  $t = t_n$  (veure figura 2.2.1).
2. Identificar els contorns de fluid i sòlid que defineixen els dominis  $^nV$  a analitzar. Una correcta identificació de contorns és fonamental, ja que alguns contorns, com la superfície de sediment o l'eventual làmina lliure del fluid, poden canviar molt en un pas de temps. Per tal de determinar els contorns s'empren el mètode *Alpha Shape* (secció 2.8) de Edelsbrunner i Mücke [6].
3. Discretitzar els subdominis de fluid i sòlid amb una malla d'elements finits  $^nM$ . En tots els casos exposats en la present tesina s'usen tetràedres generats a partir d'un esquema basat en el mètode de Delaunay (secció 2.7), Idelsohn [10] i [11].

4. Resoldre les equacions Lagrangianes acoblades del moviment per als dominis sòlid i líquid. Es calculen les variables d'estat rellevants en ambdós dominis en la configuració en el següent pas de temps ( $t + \Delta t$ ): velocitats, pressions i tensions viscoses en el fluid i desplaçaments, tensions i deformacions en el sòlid (secció 2.3).

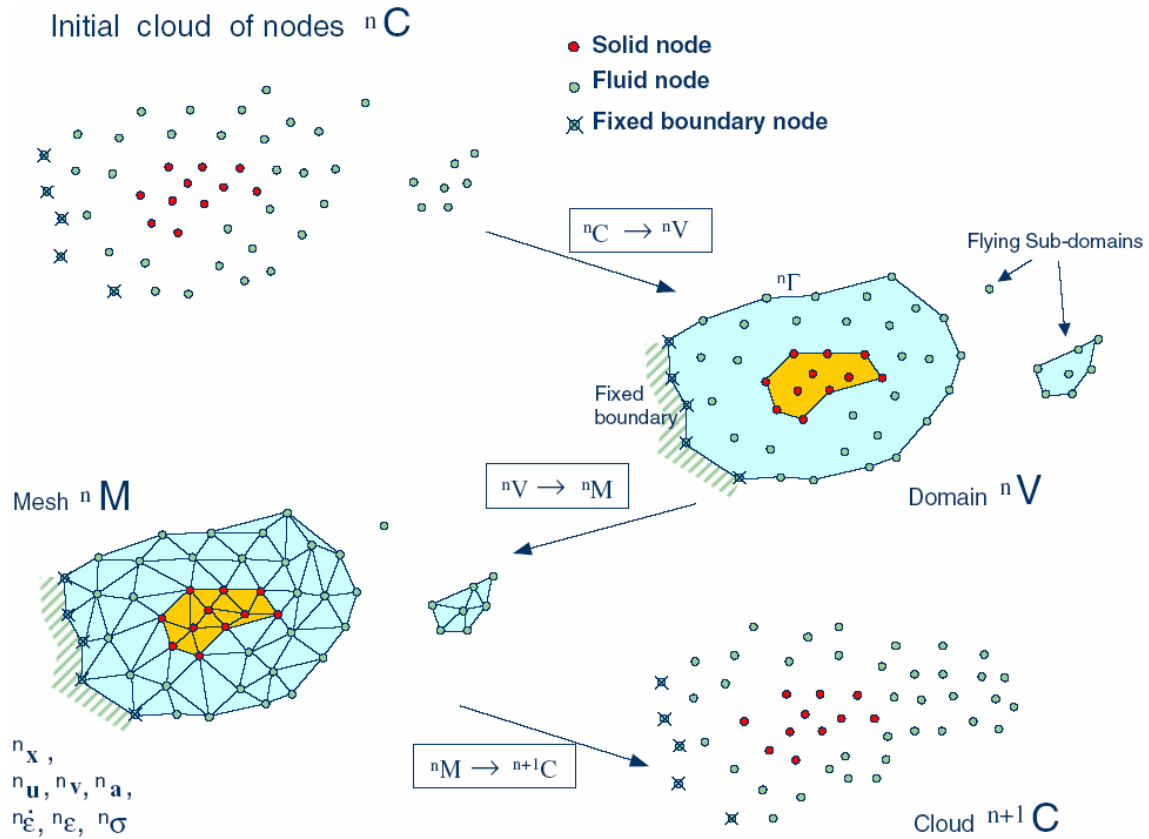


Figura 2.2.1. Seqüència de passos per actualitzar els nodes des del temps  $n$  ( $t = t_n$ ) al temps  $n+1$  ( $t = t_n + \Delta t$ ).

5. Càlcul del treball friccional ( $W_f$ ) degut a les tensions tangencials a la superfície del llit de sediment. L'erosió del sediment s'inicia quan  $W_f$  supera el llindar de  $W_c$ . Els punts de la superfície del material erosionable que compleixen  $W_f \geq W_c$ , són transformats en nodes de fluid (amb densitat i viscositat adequades) i es transporten juntament amb el fluid. Quan un node prèviament erosionat té una velocitat inferior a un cert llindar, pot sedimentar tot tornant-se a convertir-se en un node de sòlid. Aquest punt de l'esquema del PFEM és el principal objecte d'estudi de la present tesina, conseqüentment, els detalls del procés d'erosió, transport i sedimentació es descriuen àmpliament en el capítol 3.

6. Moure els nodes de la malla a la nova posició  ${}^{n+1}C$ , on  $n+1$  denota l'instant de temps  $t_n + \Delta t$ . El present pas és una conseqüència del procés de solució del pas 4.
7. Tornar al pas 1 i repetir el procés de resolució per al següent pas de temps.

## 2.3 – DESCRIPCIÓ DE L'ALGORITME D'INTERACCIÓ ACOBLADA FLUID-ESTRUCTURA (FSI)

La figura 2.3.1 mostra un domini  $V$  amb contorns externs  $\Gamma_v$  i  $\Gamma_t$  on es prescriuen les condicions de velocitat i tensions superficials respectivament. El domini  $V$  està format per subdominis de fluid ( $V_F$ ) i sòlid ( $V_S$ ). Ambdós subdominis interactuen al llarg d'un contorn  $\Gamma_{FS}$ , on les variables cinemàtiques (desplaçaments, velocitats i acceleracions) i les tensions superficials són idèntiques pels dos subdominis.

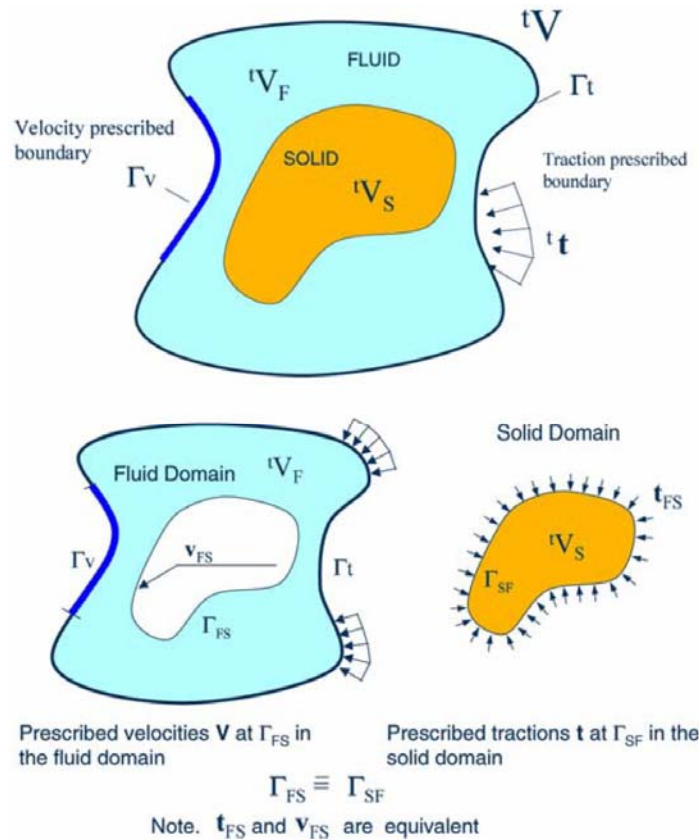


Figura 2.3.1. Partició del domini d'anàlisi  $V$  en subdominis de fluid i de sòlid. Existeix comptabilitat de tensions i de les variables cinemàtiques en la interfície entre els dos subdominis.

Cal constatar que el flux en làmina lliure és un cas particular del problema, on el contorn de fluid és variable. Així mateix, l'erosió del subdomini sòlid és una variació del contorn  $\Gamma_{FS}$ .

Definim  ${}^tS$  i  ${}^tF$  com el conjunt de variables que defineixen els camps cinemàtics i de tensió – deformació en els dominis sòlid i fluid respectivament. Per exemple:

$${}^tS := [{}^tx_S, {}^tu_S, {}^tv_S, {}^ta_S, {}^t\epsilon_S, {}^t\sigma_S, \dots]^T \quad (2.1)$$

$${}^tF := [{}^tx_F, {}^tu_F, {}^tv_F, {}^ta_F, {}^t\dot{\epsilon}_F, {}^t\sigma_F, \dots]^T \quad (2.2)$$

on  $\mathbf{x}$  és el vector de coordenades,  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$  i  $\mathbf{a}$  són els vectors de desplaçament, velocitat i acceleració respectivament,  $\epsilon$ ,  $\dot{\epsilon}$  i  $\sigma$  són els vectors de deformacions, velocitat de deformació i el vector de tensions de Cauchy respectivament. En el problema discretitzat, una barra sobre aquests vectors significarà els valors nodals.

El problema de FSI acoblat de la figura 2.3.1 es resol mitjançant el següent esquema conceptual:

1. Es suposa que les variables dels dominis sòlid i fluid ( ${}^tS$  i  ${}^tF$ ) són conegudes en l'instant de temps  $t$ .
2. Resoldre les variables corresponents al domini sòlid a l'instant de temps  $t + \Delta t$  ( ${}^{t+\Delta t}S$ ), tot imposant unes condicions de tensions superficials prescrites en el contorn fluid – sòlid  $\Gamma_{FS}$ .
3. Resoldre les variables corresponents al domini fluid a l'instant de temps  $t + \Delta t$  ( ${}^{t+\Delta t}F$ ), tot imposant les condicions prescrites de velocitat al contorn  $\Gamma_v$  i de tensions superficials als contorns  $\Gamma_{FS}$  i  $\Gamma_t$ .
4. En el cas d'arribar a la convergència en el contorn  $\Gamma_{FS}$ , fi de l'algoritme. Altrament, tornar al pas 2.

Les variables del domini sòlid  ${}^{t+\Delta t}S$  es troben a partir de la integració de les equacions dinàmiques de moviment en la regió sòlida:

$$\mathbf{M}_S \mathbf{a}_S + \mathbf{g}_S - \mathbf{f}_S = \mathbf{0} \quad (2.3)$$

on  $\mathbf{M}_S$ ,  $\mathbf{g}_S$  i  $\mathbf{f}_S$  denoten la matriu de massa, el vector de força nodal interior i el vector de força nodal exterior respectivament. La integració temporal de l'equació (2.3) es realitza mitjançant el mètode de Newmark estàndard. Si es desitja incloure efectes de no linealitat material o geomètrica s'empra un esquema incremental iteratiu, Zienkiewicz [34]. Aquest últim cas no es contempla en la present tesina.

La solució de les variables en el domini de fluid (incompressible) mitjançant el mètode dels elements finits implica resoldre les equacions de conservació de moment i la d'incompressibilitat. En el PFEM, s'empra una estabilització del mètode dels elements finits basada en el càlcul finit (FIC), la qual permet usar una aproximació lineal tant per la velocitat com per la pressió, Oñate [17]. En el següent apartat s'exposa la formulació del problema incorporant el FIC/FEM.

## 2.4 – FORMULACIÓ FIC/FEM PER A UN FLUID INCOMPRESSIBLE

Les equacions infinitesimal estàndard per a un fluid viscos incompressible, es poden escriure, mitjançant descripció Lagrangiana, de la següent forma:

Balanç de moment:

$$r_{m_i} = 0 \text{ a } V_F \quad (2.4)$$

Balanç de massa:

$$r_d = 0 \text{ a } V_F \quad (2.5)$$

on:

$$r_{m_i} = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} - b_i, \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (2.6)$$

$$r_d = \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \quad i, j = 1, n_d \quad (2.7)$$

En les equacions anteriors,  $n_d$  és el nombre de dimensions espacials,  $v_i$  és la velocitat al llarg del  $i$ -èssim eix global ( $v_i = \partial u_i / \partial t$ , on  $u_i$  és l' $i$ -èssim desplaçament),  $\rho$  és la densitat (constant) del fluid,  $b_i$  són les forces màssiques,  $\sigma_{ij}$  són les tensions totals donades per  $\sigma_{ij} = s_{ij} - \delta_{ij} p$ ,  $p$  és la pressió absoluta (compressions definides positives) i  $s_{ij}$  són les tensions viscoses, les quals es relacionen amb la viscositat ( $\mu$ ) mitjançant l'expressió:

$$s_{ij} = 2\mu \left( \dot{\epsilon}_{ij} - \delta_{ij} \frac{1}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) \quad (2.8)$$

on  $\delta_{ij}$  és la delta de Kronecker. La velocitat de variació de la tensió de deformació,  $\dot{\epsilon}_{ij}$ , és:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.9)$$

Les variables de les equacions anteriors estan definides en el pas de temps  $t$  (configuració actual). Es considera el conveni estàndard d'índex repetits, sinó s'especifica el contrari.

Les equacions de conservació de moment i massa es reescriuen de la forma següent si s'emptra la formulació del FIC, Oñate i Garcia [19]:

Balanç de moment:

$$r_{m_i} - \frac{1}{2} h_j \frac{\partial r_{m_i}}{\partial x_j} = 0 \text{ a } V_F \quad (2.10)$$

Balanç de massa:

$$r_d - \frac{1}{2} h_j \frac{\partial r_d}{\partial x_j} = 0 \text{ a } V_F \quad (2.11)$$

La definició del problema es completa amb les següent condicions de contorn:

$$n_j \sigma_{ij} - t_i + \frac{1}{2} h_j n_j r_{m_i} = 0 \text{ a } \Gamma_t \quad (2.12)$$

$$v_j - v_j^p = 0 \text{ a } \Gamma_v \quad (2.13)$$

i la condició inicial  $v_j = v_j^0$  per  $t = t_0$ .

Les equacions (2.12) i (2.13),  $t_i$  i  $v_j^p$  són les tensions superficials i les velocitats prescrites en els contorns  $\Gamma_t$  i  $\Gamma_v$  respectivament.  $n_j$  són les components del vector unitari normal al contorn.

Les  $h_i$ 's en les equacions anteriors són les longituds característiques del domini on s'aplica el balanç de moment i massa. En l'equació (2.9) aquestes longituds defineixen el domini on s'imposa l'equilibri de les condicions de contorns de tensions superficials. Els detalls que porten a l'obtenció de les equacions (2.10 – 2.13) es poden trobar a Oñate [17].

Les equacions (2.10 – 2.13) són el punt de partida per obtenir mètodes d'elements finits estabilitzats per tal de resoldre les equacions de Navier – Stokes (fluids incompressibles) mitjançant la formulació Lagrangiana usant igual ordre d'interpolació per la velocitat i les variables de pressió, Idelsohn [9] i [10].

### 2.4.1 – Transformació de l'equació de balanç de massa

El terme subratllat de l'equació (2.11) es pot expressar en termes de les equacions de conservació de moment. La nova expressió per l'equació de balanç de massa és, Oñate [18]:

$$r_d - \sum_{i=1}^{n_d} \tau_i \frac{\partial r_{m_i}}{\partial x_i} = 0 \text{ amb } \tau_i = \frac{3h_i^2}{8\mu} \quad (2.14)$$

En aquesta etapa no és necessari retenir els termes d'estabilització en les equacions de conservació de moment. Aquests termes són fonamentals en les descripcions Eulerianes, ja que s'encarreguen d'estabilitzar la solució numèrica per valors alts dels termes convectius. En la formulació Lagrangiana emprada, els termes convectius desapareixen de les equacions de conservació de balanç, i els termes del FIC en aquestes equacions són només per obtenir la forma de l'equació de balanç de massa donada per l'equació (2.14), i es poden negligir a partir d'aquí. Consistentment, els termes d'estabilització són negligits en les condicions de contorn de Neuman (equació (2.12)).

L'expressió final de residus ponderats per les equacions de balanç de moment i massa poden ser escrites com:

$$\int_{V_F} \delta v_i r_{m_i} dV + \int_{\Gamma_t} \delta v_i (n_j \sigma_{ij} - t_i) d\Gamma = 0 \quad (2.15)$$

$$\int_{V_F} q \left[ r_d - \sum_{i=1}^{n_d} \tau_i \frac{\partial r_{m_i}}{\partial x_i} \right] dV = 0 \quad (2.16)$$

on  $\delta v_i$  i  $q$  són funcions arbitràries de ponderació, equivalents als camps de velocitat virtual i pressió virtual.

La computació dels termes de residu en l'equació (2.16) es pot simplificar si s'introdueix la projecció del gradient de pressions  $\pi_i$ , definida com:

$$\pi_i = r_{m_i} - \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.17)$$

Es pot expressar  $r_{m_i}$  de l'equació (2.16) en termes de  $\pi_i$ , el qual esdevé una nova variable addicional. Per tant, el sistema d'equacions integrals és augmentat pel nombre necessari d'equacions. Això s'aconsegueix imposant que el residual  $r_{m_i}$  s'anul·la en el domini d'anàlisi (en un sentit estadístic). Seguidament es procedeix a integrar per parts el terme  $r_{m_i}$  de l'equació (2.16) i les tensions desviadores i els termes de pressió de  $r_{m_i}$  en l'equació (2.15).

El sistema final d'equacions resulta ser:

$$\int_{V_F} \left[ \delta v_i \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \delta \dot{\varepsilon}_{ij} (s_{ij} - \delta_{ij} p) \right] dV - \int_{V_F} \delta v_i b_i dV - \int_{\Gamma_t} \delta v_i t_i d\Gamma = 0 \quad (2.18)$$

$$\int_{V_F} q \frac{\partial v_i}{\partial x_i} dV + \int_{V_F} \sum_{i=1}^{n_d} \tau_i \frac{\partial q}{\partial x_i} \left( \frac{\partial p}{\partial x_i} + \pi_i \right) dV = 0 \quad (2.19)$$

$$\int_{V_F} \delta \pi_i \tau_i \left( \frac{\partial p}{\partial x_i} + \pi_i \right) dV = 0 \text{ (sense sumatori en } i \text{)} \quad (2.20)$$

amb  $i, j, k = 1, n_d$ . En l'equació (2.18)  $\delta \dot{\varepsilon}_{ij}$  són les variacions de les deformacions virtuals. En l'equació (2.20),  $\delta \pi_i$  són funcions de ponderació adequades, i els pesos  $\tau_i$  s'introdueixen per raons de simetria. Cal notar que el terme de contorn resultant de la integració per parts de  $r_{m_i}$  en l'equació (2.16) es negligeix ja que l'influència d'aquest terme en la solució numèrica resulta negligible.

### 2.4.2 – Discretització en elements finits

S'escullen interpolacions d'igual ordre  $C^0$  tant per les velocitat, com per la pressió i les projeccions del gradient de pressions al llarg de cada element amb  $n$  nodes. Les interpolacions s'escriuen com:

$$v_i = \sum_{j=i}^n N_j \bar{v}_i^j, \quad p_i = \sum_{j=i}^n N_j \bar{p}^j, \quad \pi_i = \sum_{j=i}^n N_j \bar{\pi}_i^j \quad (2.21)$$

on  $(\bar{\circ})^j$  denota les variables nodals i  $N_j$  les funcions de forma.

Substituint les aproximacions (2.21) en les equacions (2.18 – 2.20) i escollint el mètode de Galerkin amb  $\delta v_i = q = \delta \pi_i = N_i$ , s'obté el següent sistema d'equacions discretitzades:

$$\mathbf{M}\dot{\bar{\mathbf{v}}} + \mathbf{K}\bar{\mathbf{v}} - \mathbf{G}\bar{\mathbf{p}} - \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (2.22a)$$

$$\mathbf{G}^T \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{L}\bar{\mathbf{p}} + \mathbf{Q}\bar{\boldsymbol{\pi}} = \mathbf{0} \quad (2.22b)$$

$$\mathbf{Q}^T \bar{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{M}}\bar{\boldsymbol{\pi}} = \mathbf{0} \quad (2.22c)$$

Les matrius i vectors en les equacions (2.22) s'assemblen amb les contribucions elementals donades per (en problemes bidimensionals):

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{ij} &= \int_{V_F^e} \rho \mathbf{N}_i \mathbf{N}_j dV, \quad \mathbf{K}_{ij} = \int_{V_F^e} \mathbf{B}_i^T \mathbf{D} \mathbf{B}_j dV \\ \mathbf{D} &= \mu \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \mu \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x_1} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_2} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x_2} & \frac{\partial N_i}{\partial x_1} \end{bmatrix} \\ L_{ij} &= \int_{V_F^e} \tau_k \frac{\partial N_i}{\partial x_k} \frac{\partial N_j}{\partial x_k} dV, \quad \mathbf{Q} = [\mathbf{Q}^1, \mathbf{Q}^2], \quad \mathbf{Q}_{ij}^k = \int_{V_F^e} \tau_k \frac{\partial N_i}{\partial x_k} N_j dV \\ \hat{\mathbf{M}} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}^1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{M}}^2 \end{bmatrix}, \quad \hat{M}_{ij}^k = \int_{V_F^e} \tau_k N_i N_j dV, \quad \mathbf{G}_{ij} = \int_{V_F^e} \mathbf{B}_i^T \mathbf{m} N_j dV \\ \mathbf{f}_i &= \int_{V_F^e} N_i \mathbf{b} dV + \int_{\Gamma_i^e} N_i \mathbf{t} d\Gamma, \quad \mathbf{b} = [b_1 \quad b_2]^T, \quad \mathbf{t} = [t_1 \quad t_2]^T \end{aligned} \quad (2.23)$$

amb  $i, j = 1, n$  i  $k, l = 1, 2$ .

En les equacions anteriors  $\mathbf{B}$  és la matriu de variació de deformacions i  $m = [1 \quad 1 \quad 0]^T$  (en casos bidimensionals), Zienkiewicz [33].



### 2.4.3 – Algoritme de pas fraccional per les variables de fluid

El punt de partida de l'algoritme iteratiu són les variables en el domini fluid  ${}^n F$  en el pas de temps  $n$ . L'objectiu és trobar les variables en el temps  $n+1$ ,  ${}^{n+1} F$ . Per raons de claredat, s'obvia l'índex esquerre – superior  $n+1$  en totes les variables:

$${}^{n+1} \bar{\mathbf{x}} \equiv \bar{\mathbf{x}}, \quad {}^{n+1} \bar{\mathbf{p}} \equiv \bar{\mathbf{p}}, \quad {}^{n+1} \bar{\boldsymbol{\pi}} \equiv \bar{\boldsymbol{\pi}} \quad (2.24)$$

Un algoritme iteratiu simple s'obté separant la pressió de les equacions de balanç de moment de la següent forma:

$$\bar{\mathbf{v}}^* = {}^n \bar{\mathbf{v}} - \Delta t \mathbf{M}^{-1} [\mathbf{K} \bar{\mathbf{v}}^j - \mathbf{G}^n \bar{\mathbf{p}} - \mathbf{f}] \quad (2.25)$$

$$\mathbf{v}^{j+1} = \bar{\mathbf{v}}^* + \Delta t \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \delta \bar{\mathbf{p}} \quad (2.26)$$

on  $\delta \bar{\mathbf{p}}$  denota un increment de pressió. En les equacions precedents i les posteriors, l'índex superior – esquerre,  $n$ , es refereix als valors en la configuració actual  ${}^n V_F$ , mentres que l'índex dret,  $j$ , denota el nombre d'iteració en cada pas de temps.

$$\mathbf{G}^T \bar{\mathbf{v}}^* + \Delta t \mathbf{S} \delta \bar{\mathbf{p}} + \mathbf{L} \bar{\mathbf{p}}^{j+1} + \mathbf{Q} \bar{\boldsymbol{\pi}}^j = \mathbf{0} \quad (2.27a)$$

on

$$\mathbf{S} = \mathbf{G}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \quad (2.27b)$$

Típicament, la matriu  $\mathbf{S}$  es calcula usant la matriu diagonal  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_d$ , on el subíndex  $d$  denota a partir d'aquest punt una matriu diagonal.

Una alternativa és aproximar la matriu  $\mathbf{S}$  per una matriu Laplaciana. Això redueix considerablement l'ample de banda de  $\mathbf{S}$ . El desavantatge d'aquest últim mètode és que l'increment de pressió s'ha de prescriure en la superfície lliure del fluid, i això redueix la precisió en el compliment de la condició d'incompressibilitat en aquestes regions.

D'aquesta manera s'obté l'esquema semi – implícit que es descriu a continuació. Per a cada iteració:

1. Calcular  $\bar{\mathbf{v}}^*$  de l'equació (2.25) amb  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_d$ . Per a la primera iteració  $(\bar{\mathbf{v}}^1, \bar{\mathbf{p}}^1, \bar{\boldsymbol{\pi}}^1, \bar{\mathbf{x}}^1) \equiv ({}^n \bar{\mathbf{v}}, {}^n \bar{\mathbf{p}}, {}^n \bar{\boldsymbol{\pi}}, {}^n \bar{\mathbf{x}})$ .
2. Calcular  $\delta \bar{\mathbf{p}}$  i  $\bar{\mathbf{p}}^{j+1}$  de l'equació (2.27a) com:

$$\delta \bar{\mathbf{p}} = -(\mathbf{L} + \Delta t \mathbf{S})^{-1} [\mathbf{G}^T \bar{\mathbf{v}}^* + \mathbf{Q} \bar{\boldsymbol{\pi}}^j + \mathbf{L} \bar{\mathbf{p}}^j] \quad (2.28a)$$

La pressió  $\bar{\mathbf{p}}^{n+1,j}$  es calcula de la següent forma:

$$\bar{\mathbf{p}}^{j+1} = \bar{\mathbf{p}}^j + \delta \bar{\mathbf{p}}^j \quad (2.28b)$$

3. Calcular  $\bar{\mathbf{v}}^{j+1}$  de l'equació (2.26) amb  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_d$ .
4. Calcular  $\bar{\boldsymbol{\pi}}^{j+1}$  de l'equació (2.22c) com:

$$\bar{\boldsymbol{\pi}}^{j+1} = -\hat{\mathbf{M}}_d^{-1} \mathbf{Q}^T \bar{\mathbf{p}}^{j+1} \quad (2.29)$$

5. Actualitzar les coordenades de la malla de nodes. De la definició de velocitats  $v_i = \partial u_i / \partial t$  es dedueix:

$$\mathbf{x}_i^{j+1} = {}^n \mathbf{x}_i + \bar{\mathbf{v}}_i^{j+1} \Delta t \quad (2.30)$$

6. Comprovar la convergència dels camps de pressió i velocitat. S'hi es compleixen les condicions de convergència exigides, desplaçar-se al següent pas de temps. Altrament, retornar al pas 1 per tal de realitzar la següent iteració amb  $j \leftarrow j + 1$ .

Cal constatar que en la resolució dels passos 1, 3 i 4 no és estrictament necessari resoldre un sistema d'equacions, ja que s'han triat matrius diagonals per  $\mathbf{M}$  i  $\hat{\mathbf{M}}$ .

En els casos exposats en la present tesina, l'increment del pas de temps s'ha escollit com a

$$\Delta t = \min(\Delta t_i), \text{ amb } \Delta t_i = \frac{h_i^{\min}}{|\mathbf{v}|} \quad (2.31)$$

on  $h_i^{\min}$  és la distància entre el node  $i$  i el seu node més proper de la malla.

Adicionalment, per tal de controlar que el cost computacional fos excessiu, o bé que el pas de temps fos massa gran, en els casos exposats en la tesina es prenen les següents limitacions:  $0.01 \leq \Delta t \leq 0.1s$ .

Encara que no s'ha comentat explícitament, totes les matrius i vectors de les equacions (2.27 – 2.31) es calculen en la configuració actualitzada  ${}^{n+1}V_F$ . Això significa que el domini d'integració canvia en cada pas de temps, i consegüentment, tots els termes que inclouen derivades espacials s'han d'actualitzar a cada iteració. Un mètode alternatiu és referir el domini d'integració a cada pas de temps a la configuració actual  ${}^nV_F$ . Llavors, es necessita la matriu jacobiana per tal de transformar les derivades espacials i el diferencial de volum de  ${}^{n+1}V_F$  a  ${}^nV_F$  en cada iteració.

Les condicions de contorn s'apliquen de la següent manera: no s'apliquen condicions pel càlcul de la velocitat fraccional  $\bar{\mathbf{v}}^*$  de l'equació (2.25), les velocitats prescrites al contorn s'apliquen quan es resol  $\bar{\mathbf{v}}^{j+1}$  en el pas 3.

## 2.5 – ESQUEMA ESCALONAT PEL PROBLEMA FSI

La solució de les variables del problema en els dominis fluid i sòlid en la configuració actualitzada,  ${}^{n+1}F$  i  ${}^{n+1}S$ , es calculen mitjançant l'esquema escalat de la figura 2.5.1.

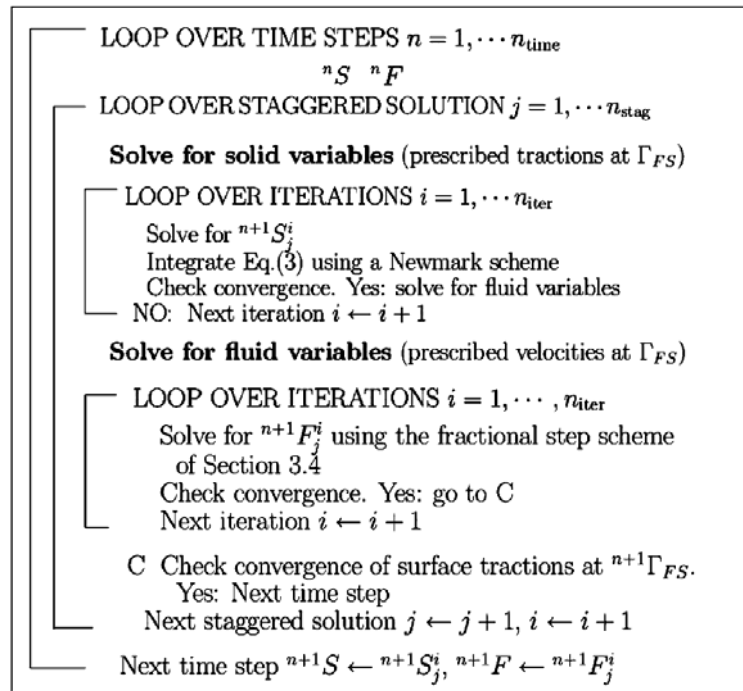


Figura 2.5.X. Esquema per al problema FSI

L'esquema anterior, anomenat versió “forta” és recomanada per problemes amb un nombre gran de sòlids interactuant amb les partícules de fluid. En el cas dels problemes d'erosió, on no hi acostuma a haver cossos sòlids movent-se solidàriament amb el fluid, s'empra la versió “feble”. En aquesta versió s'elimina el bucle sobre la solució escalada.

## 2.6 – TRACTAMENT DEL CONTACTE ENTRE FLUID I SÒLID

El moviment del domini sòlid està governat per l'acció de les forces del flux de fluid induïdes per la pressió i les tensions viscoses que actuen a la superfície de sòlid.

Els contorns sòlids poden ser fixos o poden pertànyer a sòlids en moviment. En el PFEM, la condició de velocitats prescrites als contorn fixos s'aplica en els nodes del contorn en la forma forta. El contacte entre les partícules de fluid i els contorns fixos també inclou la condició d'incompressibilitat, la qual permet prevenir la penetració dels nodes de fluid dins del contorn de sòlid (veure figura 2.6.1). Aquesta manera simple de tractar el contacte entre sòlid i fluid és un dels avantatges del PFEM.

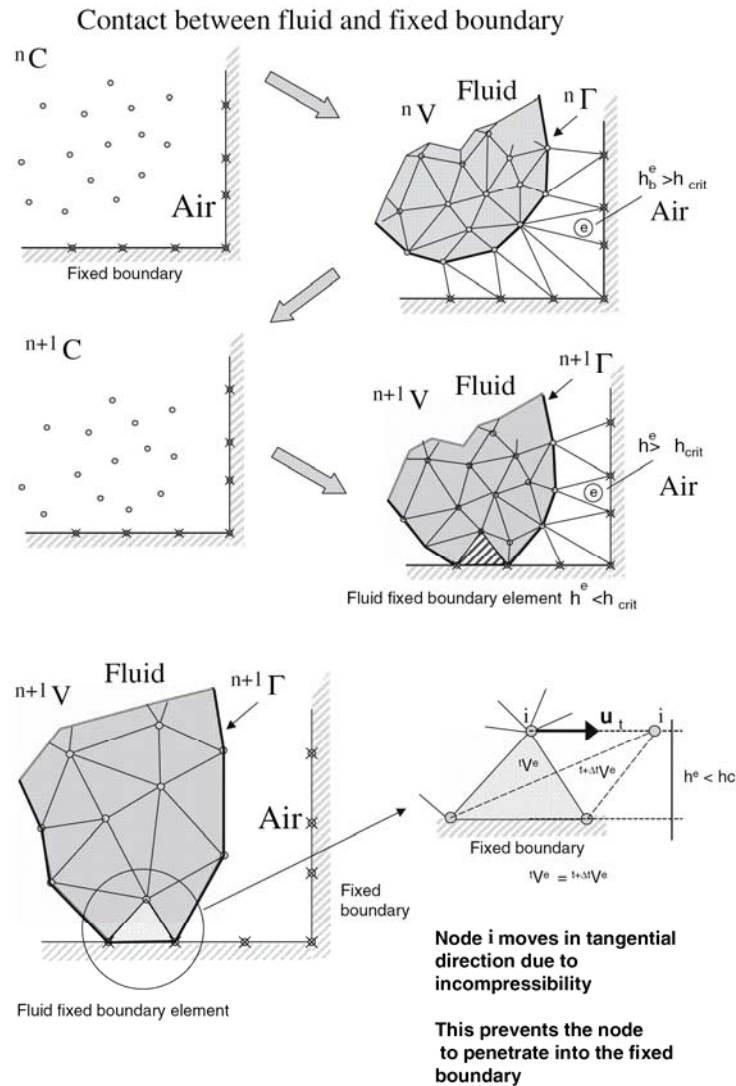


Figura 2.6.1. Tractament de la condició de contacte entre la interfície de fluid i sòlid (paret).

## 2.7 – GENERACIÓ D'UNA MALLA NOVA

Un dels punts forts de la formulació del PFEM és la ràpida regeneració de la malla en cada pas de temps a partir de la posició dels nodes. El PFEM empra l'anomenada *extended Delaunay tessellation* (EDT). L'EDT permet generar malles no estàndards combinant elements de formes polièdriques arbitràries (triangles, quadrilàters i d'altres polígons en 2D i tetràedres, hexàedres i altres políedres en 3D) en un cost computacional d'ordre  $n$ , on  $n$  es el nombre total de nodes de la malla (figura 2.7.1).

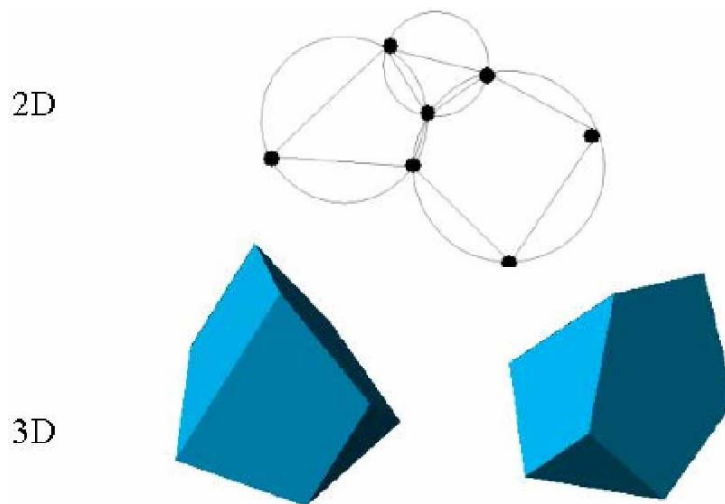


Figura 2.7.1. Generació de malles no estàndard combinant diferents polígons (en 2D) i políedres (en 3D) usant la tècnica EDT.

Les funcions contínues  $C^0$  de cada element es poden obtenir amb l'anomenada interpolació d'element finit sense mal·la (MFEM). Els detalls de la generació de les funcions de forma MFEM es pot trobar a Idelsohn [10].

## 2.8 – IDENTIFICACIÓ DE LES SUPERFÍCIES DE CONTORN

Un dels factors importants del PFEM és la correcta identificació del contorn dels dominis. A vegades, els nodes de contorn estan explícitament definits de la resta de nodes. Tanmateix, en altres casos, l'única informació disponible és la posició del conjunt de nodes, llavors és necessari un algorisme per definir el contorn.

La partició *extended Delaunay* facilita el reconeixement dels nodes de contorn. Suposant que els nodes segueixen una distribució  $h(x)$ , on  $h(x)$  és la distància mínima entre dos nodes, es segueix el següent criteri: Tots els nodes que pertanyen a la superfície d'una esfera buida de radi més gran de  $\alpha h$  es consideren nodes de contorn. A la pràctica,  $\alpha$  és un paràmetre més gran que la unitat, però proper a ella. Aquest criteri és coincident amb el concepte de *Alpha Shape* de Edelsbrunner i Mücke [6]. La figura 2.8.1 mostra un exemple de reconeixement de contorn mitjançant la tècnica anterior.

Un cop s'han definit els contorns dels dominis, els vectors normals al contorn queden definits automàticament per les superfícies polièdriques (o polígons en problemes bidimensionals) dels elements finits.

La definició de contorns permet realitzar el càlcul del volum de cadascun dels subdominis. En el criteri proposat, l'error que es comet en la detecció del contorn és proporcional a  $h(x)$ . La magnitud d'aquest error és acceptable.

El mètode descrit també permet identificar partícules de fluid aïllades de fora del subdomini de fluid. Aquestes partícules es tracten com a part del contorn exterior, i per tant, s'hi prescriu la condició de pressió atmosfèrica (figura 2.8.1).

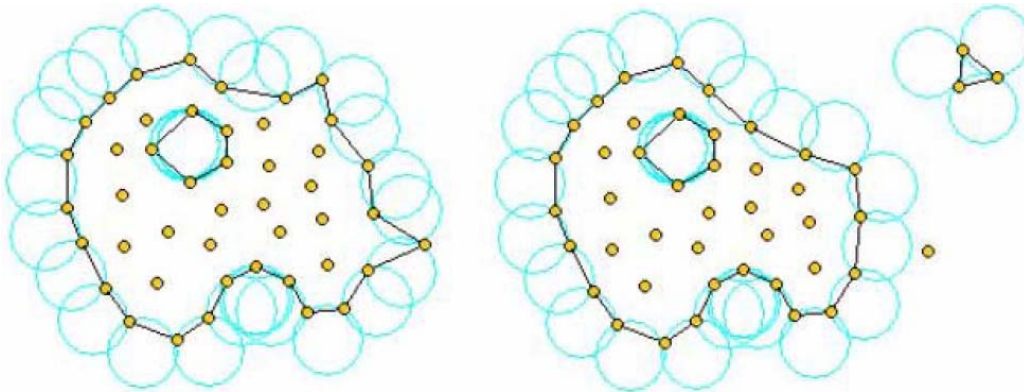


Figura 2.8.1. Identificació de partícules (o grups de partícules) aïllades del conjunt inicial de nodes.

Tal com ja s'ha esmentat, cada partícula del domini és un punt material caracteritzat per la densitat del domini fluid o sòlid al qual pertany. Quan una partícula surt del domini de fluid o sòlid i es queda isolada de partícules del domini d'origen, el domini d'origen pateix una pèrdua de volum. No obstant, aquest volum es recupera quan el node (partícula) torna a incorporar-se al contorn definit per l'algoritme de l'*Alpha shape*. Aquest concepte és essencial per al modelatge del trencament de les onades superficials, o el modelatge de l'erosió, transport i sedimentació de sediments.

### 2.8.1 – Contacte entre interfícies sòlid – sòlid

El contacte entre dues superfícies de sòlid es pot modelar introduint una capa d'elements de contacte entre les dues interfícies de sòlid que interactuen en el fenomen. Aquesta capa es crea automàticament en el pas de la generació de la malla, ja que la distància entre els nodes de les dues superfícies de sòlid és petita. Si aquesta distància és menor a un cert valor, els elements existents entre els dos sòlids es tracten com aire o fluid. Altrament, els elements es tracten com a elements de contacte, on hi ha una relació entre les forces tangencial i normal, corresponents al desplaçament introduït per un model elàstic i friccional de contacte.

L'algoritme anterior s'ha comprovat que és molt efectiu i permet identificar i modelar d'una manera senzilla condicions de contacte friccional complexes entre dos o més sòlids. La precisió del model de contacte depèn de la distància crítica mencionada anteriorment.

La figura 2.8.2 mostra un exemple de l'algoritme de contacte en l'anàlisi del moviment d'un sòlid envoltat per fluid.

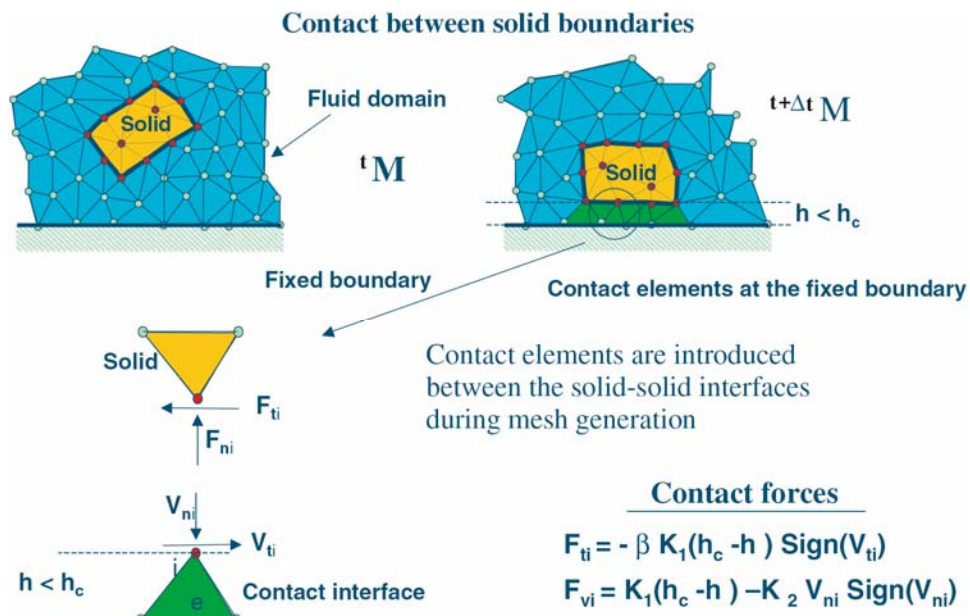


Figura 2.8.2. Condicions de contacte entre dues interfícies de sòlid.

## **CAPÍTOL 3**

# **EROSIÓ, TRANSPORT I SEDIMENTACIÓ EN EL PFEM**

### ***3.1 – INTRODUCCIÓ***

En el present capítol de la tesina es desenvolupa i es descriu un model que simula la interacció entre el domini de fluid del problema i el domini de sòlid erosionable.

El model desenvolupat divideix el fenomen d'interacció en tres fases. La primera fase, l'erosió, parts del domini sòlid es poden convertir en material erosionat quan es donen les circumstàncies adequades. En la segona fase, el transport, el material erosionat es desplaça solidàriament amb el fluid. Finalment en la tercera fase, la sedimentació, el material erosionat pot tornar a esdevenir part del domini sòlid. En els següents apartats del present capítol s'estudia detalladament els tres processos mencionats.

Cal destacar que en la naturalesa, els materials sedimentaris, es poden classificar en cohesius i no cohesius. Les dues categories de sediment tenen un comportament molt diferenciat quan es parla en termes d'erosió. En la present tesina només es pretén simular el comportament dels materials no cohesius, car són els de major simplicitat. Per contra, si es volguessin simular materials cohesius s'haurien de tenir en compte fenòmens relacionats amb la mida microscòpica de les partícules que el formen.

### ***3.2 – MODEL D'EROSIÓ***

En els materials no cohesius, la condició per tal que les partícules de sediment inicien el moviment és el desequilibri entre les forces desestabilitzants degut a les forces viscoses del flux de fluid i les forces estabilitzants degut a la gravetat.



Existeixen varis criteris per definir en quines condicions s'inicia el moviment. Segons Martin-Vide [13], un dels mètodes més coneguts és l'àbac de Shields (veure figura 3.2.1). L'àbac defineix la tensió tangencial necessària a la superfície del sediment per tal d'iniciar el moviment d'una partícula a partir del nombre de Reynolds del fluid al seu entorn.

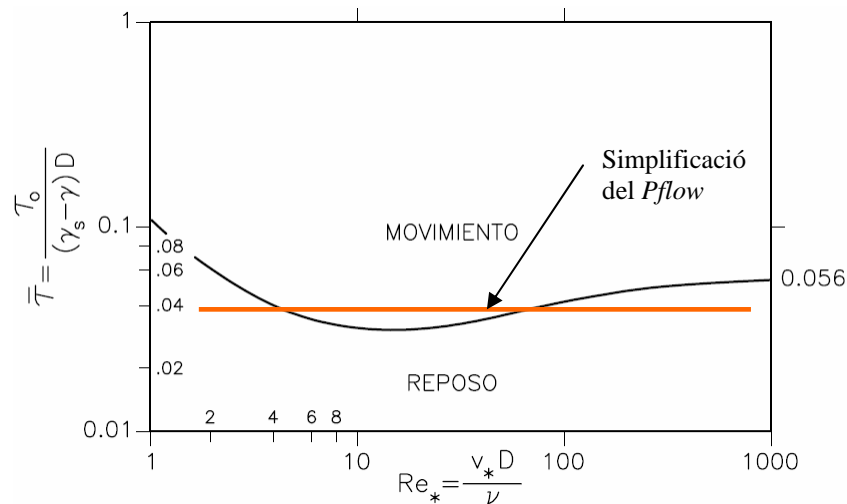


Figura 3.2.1. Àbac de Shields.

En el model d'erosió del *Pflow* s'ha implementat el criteri anterior. Per tal de simplificar els càlculs s'ha simplificat el criteri de Shields. Es considera que la tensió tangencial d'inici de moviment és independent del nombre de Reynolds. Aquesta simplificació no és del tot ajustada a la realitat, però és útil si tenim en compte que s'està desenvolupant la primera versió del mòdul d'erosió del programa *Pflow*. A més, aquesta simplificació és suficient per reproduir el concepte de tensió llindar d'inici de moviment.

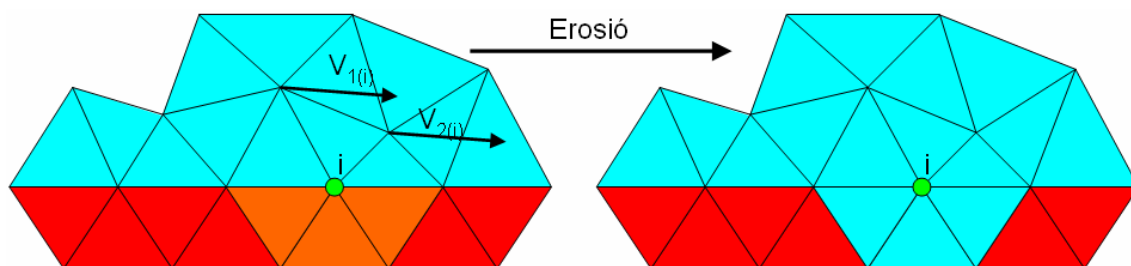


Figura 3.2.2. Erosió del node "i".

En el PFEM quan volem erosionar un contorn sòlid, convertim un node de sòlid a un node de fluid (veure figura 3.2.2). Conseqüentment, el volum (els elements) de sediment que envolta al node, es transforma en fluid. És a dir, en el plantejament exposat, el procés d'erosió no és un procés continu a diferència del que reflecteix el mètode de Shields.

Per tenir en compte les observacions anteriors es pren un criteri energètic, en el qual, el node va acumulant energia d'erosió.

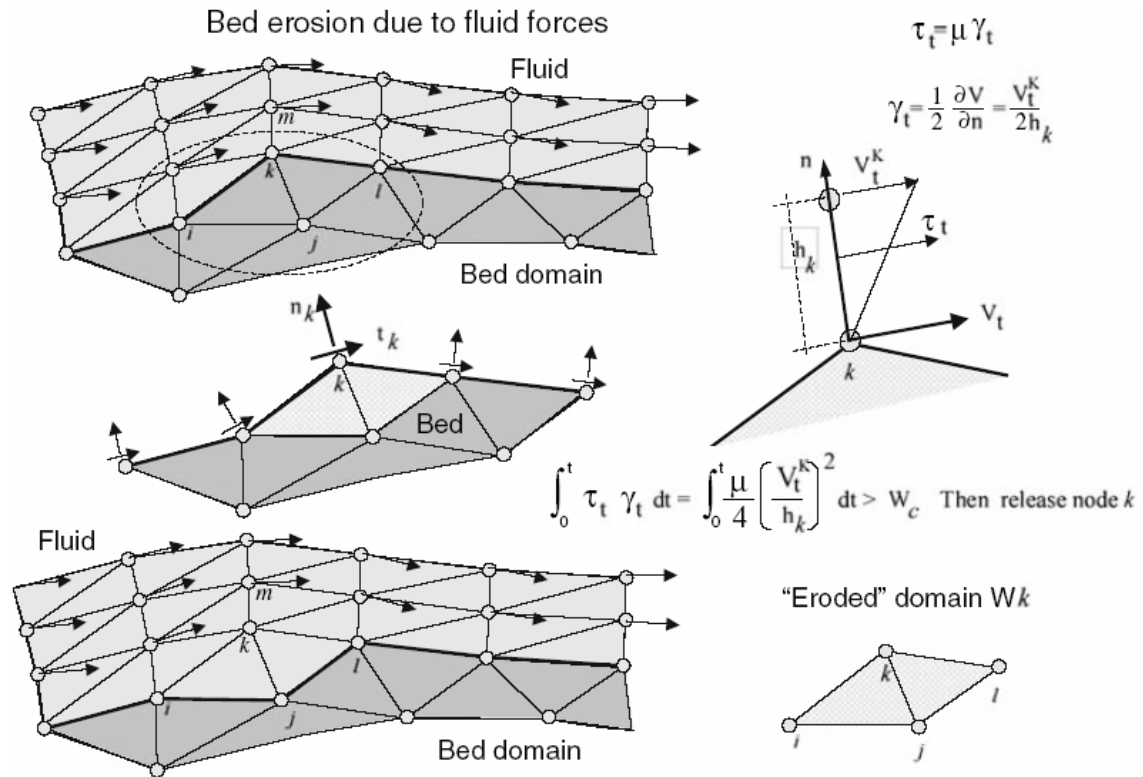


Figura 3.2.2. Esquema del procés d'erosió d'un node (k).

L'algoritme d'erosió proposat és el següent:

1. Calcular a cada punt (node) del llit de sediment erosionable la resultant de les tensions tangencials  $\tau$  induïdes pel fluid. En els problemes tridimensionals  $\tau = (\tau_{s_n}^2 + \tau_{t_n}^2)$ , on  $s$  i  $t$  son les tensions tangencials en el pla definit per la direcció normal  $\mathbf{n}$  a la superfície de sediment en el node d'estudi. El valor de  $\tau$  per problemes bidimensionals es calcula de la següent forma:

$$\tau_t = \mu \gamma_t$$

amb

$$\gamma_t = \frac{1}{2} \frac{\partial v_t}{\partial n} = \frac{v_t^k}{2h_k}$$

2. Calcular el treball friccionat induït per les tensions tangencials a la superfície del domini de sediment com a:

$$W_f = \int_0^t \tau_t \gamma_t dt = \int_0^t \frac{\mu}{4} \left( \frac{v_t^k}{2h_k} \right)^2 ds$$

on  $v_t$  és el mòdul de la velocitat tangencial del fluid prop del node de sediment, i  $h_k$  és la distància entre el punt de mesura de la velocitat i el node de sediment segons la direcció normal a la interfície entre fluid i sòlid.

El treball anterior s'integra al llarg del temps amb el següent esquema:

$${}^nW_f = {}^{n-1}W_f + \tau\gamma_t\Delta t \quad \text{si} \quad \tau\gamma_t \geq S, \quad \text{altrament} \quad {}^nW_f = {}^{n-1}W_f,$$

on  $S$  és el paràmetre de Shields.

3. Si  ${}^nW_f \geq W_C$ , llavors el node es transforma en un node de sediment erosionat, el qual es transporta amb la resta de fluid. Les característiques d'aquest node erosionat es descriuen i es justifiquen en l'apartat 3.3 (transport de sediment).

$W_C$  és l'energia necessària per arrencar un node, la qual es defineix com:

$$W_C = \frac{\hat{W}}{B} V_{\text{erosionat},i}$$

on  $\hat{W}$  és una energia normalitzada que depèn del tipus de sediment.  $V_{\text{erosionat},i}$  és el volum de sediment (superfície, en el cas 2D) que es transforma en sediment erosionat quan s'erosiona el node  $i$ . D'aquesta manera s'independitza el paràmetre  $\hat{W}$  respecte el tamany de malla emprat per discretitzar el problema. És a dir, si s'usa una malla amb elements el doble de voluminosos que una altra, l'energia necessària per erosionar-los també serà el doble.

El paràmetre  $B$  modelitza el fenomen observat per Nagata *et al* [15] i Yen *et al* [32]: l'erosió local depèn del pendent local de la superfície de sediment. Una partícula s'erosiona més fàcilment si està en una pendent descendent que no pas si està en un pendent ascendent.

Aquest efecte es pot incloure en la formulació del model d'erosió escalant l'energia d'erosió necessària per un factor anomenat factor de pendent:

$$B = \left( 1 + A \cdot \frac{\vec{g} \cdot \vec{v}}{|\vec{g}| \cdot |\vec{v}|} \right)$$

on  $g$  és la gravetat,  $v$  la velocitat del flux i  $A$  un paràmetre a calibrar.

En general, la velocitat de les partícules de fluid contigües a les de sediment no és completament tangent a la superfície de sediment, per tant l'expressió anterior no dona el valor del pendent del talús de sediment. Per tant, aparentment no es reproduïx el fenomen de manera exacte. No obstant, com més tupida és la malla, la velocitat és més tangent a la superfície sòlida a causa de la condició d'impermeabilitat, i el resultat tendeix al valor esperat.

D'aquesta manera tenim que en el cas extrem d'un pendent descendent vertical, l'energia d'erosió es veu multiplicada pel factor " $1+A$ ". En el cas oposat (un pendent ascendent vertical), l'energia d'erosió es veu multiplicada per un factor " $1-A$ ".

Òbviament, “A” ha de ser positiu menor a la unitat per tal d’evitar un factor de pendent negatiu.

### 3.3 – MODEL DE TRANSPORT

La modelització del fenomen de transport es realitza de la manera més simple possible. És a dir, quan un node és erosionat passa a formar part del domini fluid. No obstant, les propietats associades a aquestes nodes (densitat i viscositat) són, en general, diferents a la resta de nodes de fluid.

El fet que els nodes erosionats tinguin unes propietats físiques diferents de la resta de nodes de fluid permet identificar en tot moment quins nodes han estat erosionats i quins simplement són nodes de fluid.

Per tal d’escollir la densitat que ha de tenir un node erosionat, s’aplica el principi de conservació de la massa en l’instant de temps en que el node passa a formar part del domini fluid. La densitat del node erosionat és la mitjana de la densitat del material del seu voltant (veure figura 3.3.1), el qual inclou tot el volum de sediment que passa a formar part del domini de fluid.

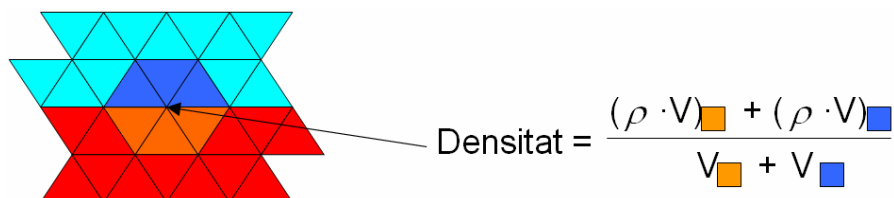


Figura 3.3.1. Densitat d’un node erosionat.

El fet que el fluid estigui mesclat amb sediment erosionat augmenta la viscositat respecte a la viscositat de l’aigua. Per tant, en principi, els nodes erosionats haurien de tenir una viscositat superior a la de l’aigua. Tanmateix, tal com ja s’ha comentat amb anterioritat el PFEM introdueix una viscositat artificial. Per tal de no augmentar encara és la dissipació d’energia, s’escull que els nodes erosionats mantinguin la mateixa viscositat de l’aigua.

Per altra banda, cal recordar que només es tracta de simular material erosionat no cohesiu. Si estudiéssim el transport d’un material cohesiu hauríem de tenir en compte la floculació (la unió de varies partícules en suspensió) i les forces de repulsió que haurien de provocar que les partícules tinguessin un moviment brownià.

### 3.4 – MODEL DE SEDIMENTACIÓ

Els nodes de sediment que han estat erosionats, es comporten com un fluid amb una densitat i una viscositat adequades. Quan el fluid no té prou energia cinètica per arrossegar el sediment, aquest torna a sedimentar. Òbviament, per tal que un node sedimenti ha d'estar a prop de la superfície de sòlid (veure figura 3.4.1).

En el model de sedimentació utilitzat, s'utilitzen tres condicions per tal que es produeixi la sedimentació.

La primera, és que el quadrat del mòdul de la velocitat del node multiplicat per la densitat associada al node sigui menor que un cert valor, el qual és el primer paràmetre del model. Aquesta condició és equivalent a dir que un node amb energia cinètica per sota del paràmetre imposat està en condicions de sedimentar.

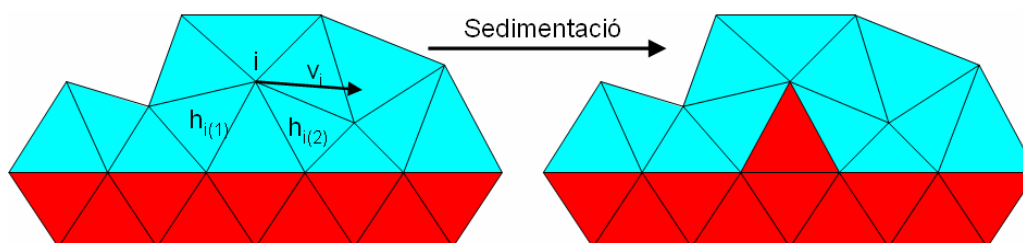


Figura 3.4.1. Sedimentació del node "i".

Quan un node és erosionat, es transforma en un node de fluid amb velocitat nul·la. D'aquí neix la segona condició per tal que es produeixi la sedimentació, ja que quan s'erosiona un node, immediatament es compleix la primera condició de sedimentació, doncs l'energia cinètica és nul·la. La condició emprada és que entre l'instant de temps en que un node és erosionat i l'instant de temps en que el node sedimenta sigui superior a un cert valor, el qual és el segon paràmetre del model. D'aquesta manera es dona temps als nodes a aconseguir energia cinètica.

La tercera condició imposada fa referència a la proximitat del node prèviament erosionat a un contorn sòlid. S'imposa que l'aresta més curta que té com a un extrem el node en qüestió, tingui en l'altre extrem un node de sòlid.

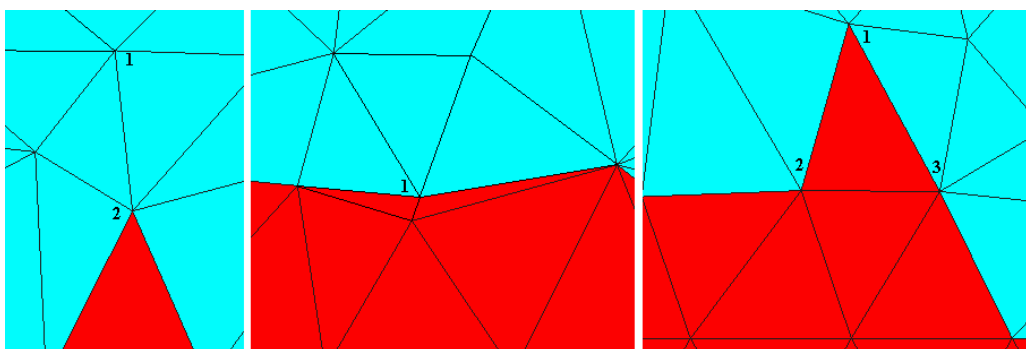


Figura 3.4.2. Detalls de la malla en el contacte entre el sediment i el fluid.

Després de córrer diferents casos s'observa un problema en la distribució de pressió al voltant d'alguns nodes sedimentats. En concret, això passa quan un node sedimenta (es torna sòlid) i no forma cap element de sòlid. Aquest fenomen es pot observar a la figura 3.4.2 (esquerre), on si el node 1 sedimenta queda totalment envoltat de fluid. En aquesta situació, es crea una inestabilitat en el camp de pressions que afecta el flux de fluid en una zona important.

Per tal de resoldre el problema anterior, es modifica la tercera condició del model de sedimentació. En comptes d'imposar la condició que l'aresta més curta que té com a origen el node d'estudi tingui com a destinació un node de sòlid, s'imposa que com a mínim dues arestes qualsevols (tres arestes en el model tridimensional) que tenen com a origen el node susceptible a sedimentar tinguin un node de sòlid a l'altre extrem. D'aquesta manera s'aconsegueix que quan un node sedimenta, com a mínim un element de fluid es transformi a sòlid.

Encara queda un cas en que pot quedar un node de sòlid envoltat d'elements de fluid. Per exemple, en la figura 3.4.2 (dreta), si s'erosiona el node 3 o el node 2, el node 1 queda totalment envoltat d'elements de fluid, i per tant, es produeixen els problemes de pressió que ja s'han comentat. Aquesta situació es pot produir si el node 1 sedimenta quan el node 3 està a punt d'ésser erosionat. Per solucionar aquesta patologia, abans de passar al següent pas de temps es repassa que tots els nodes de sòlid tinguin dos o més nodes veïns de sòlid. En cas contrari, el node es converteix en sediment erosionat.

Un problema que tenen les dues versions del model que s'han comentat anteriorment és que no conserven el volum de sediment. Tal com es pot observar a la figura 1 (centre) un node (en aquest cas el node 1) pot sedimentar molt a prop de l'antic contorn del sòlid, de tal manera que no sedimenta la mateixa quantitat de sediment que s'havia erosionat. Addicionalment disminueix l'homogeneïtat de la malla.

El model definitiu de sedimentació proposat és una evolució de la segona versió del model de sedimentació. Per tal que es produeixi la sedimentació, s'imposa, a part de les condicions del segon model, que les arestes existents entre el node susceptible a sedimentar i els nodes de sòlid tinguin una determinada longitud. S'exigeix que aquesta longitud sigui entre el 80% i el 120% dl tamany de malla inicial del sediment. D'aquesta forma, s'aconsegueix d'una manera simple la conservació estadística del volum de sediment.

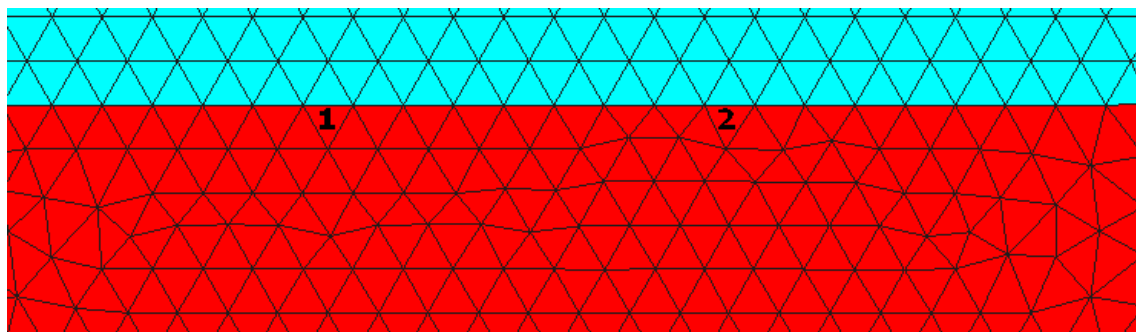


Figura 3.4.3. Malla regular.

La tercera de les condicions de sedimentació no contempla que la malla corresponent al sòlid erosionable no és completament uniforme. Aquest fenomen es pot observar a la figura 3.4.3: el tamany de malla ( $h$ ) és lleugerament diferent a la zona 1 que a la zona 2. Per tant, les partícules que sedimentin, crearan elements de forma lleugerament en funció de si sedimenten a la zona 1 o 2.

Per tal de corregir aquesta patologia es proposa que la “h” de la condició 3 no es refereixi al tamany de malla inicial, sinó al tamany de malla real de la zona on sedimenta la partícula. D’aquesta manera s’aconsegueix que la forma dels nous elements de sòlid sigui independent de la zona on es produeix la sedimentació.

L’última versió dels models proposats es pot veure resumit en la figura 3.4.4.

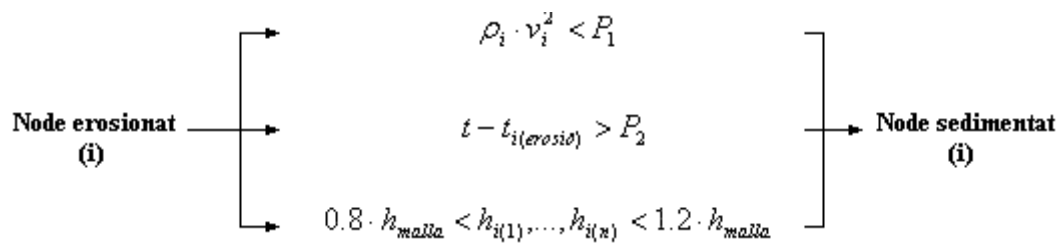


Figura 3.4.4. Esquema del model de sedimentació.

Tots els casos exposats en el capítol 5 de la tesina empren la ultima versió proposada del model de sedimentació.

## CAPÍTOL 4

### EXEMPLE DE VALIDACIÓ

#### 4.1 – INTRODUCCIÓ

La formulació del PFEM descrita al capítol 2 està implementada al programa *Pflow*. Existeixen múltiples estudis de validació del PFEM. Tanmateix, per motius acadèmics, abans d'estudiar i desenvolupar la part d'erosió, transport i sedimentació del problema, es realitza l'estudi del cas exposat en el present capítol.

En el present capítol es pretén estudiar la propagació de l'onatge en un canal bidimensional. En concret, es fa un èmfasi especial a la influència de diferents variables a la difusió numèrica del PFEM. Algunes d'aquestes variables d'estudi són la geometria del propi canal, les propietats de les ones que es propaguen, la viscositat del fluid, el

#### 4.2 – DESCRIPCIÓ DEL CAS

Per a aquest cas, s'estudia la propagació de les onades al llarg d'un canal bidimensional. Les onades es generen a partir de la basculació de la paret esquerra del canal (veure imatge 4.2.1).

La pala que genera les ones es regula a partir del període d'oscil·lació ( $T$ ) i la velocitat màxima de rotació ( $\dot{\theta}_{\max}$ ). Aquests paràmetres no poden tenir valors qualsevol. Donada una profunditat de canal, el període d'oscil·lació no pot ser inferior a un cert valor, ja que en cas de ser-ho, no es generen ones, tant sols es genera un moviment aparentment caòtic. Això és degut a que com més profund és el canal més massa d'aigua s'ha de mobilitzar, i per tant, també es necessita més temps per transmetre el moviment. Per exemple, s'ha trobat que quan s'usa una profunditat de canal de 100m el període no pot ser inferior a 10s, i quan la profunditat és 15m el període no pot ser més petit que 3s.



Per altre banda, un cop fixat el període, la velocitat màxima de rotació s'ha de fixar de tal manera que l'ona generada estigui en condicions d'aigües profundes. És a dir, l'ona generada no ha de notar la presència de la solera del canal. D'aquesta manera, la propagació de les ones és un fenomen lineal, del qual se'n coneix el comportament.

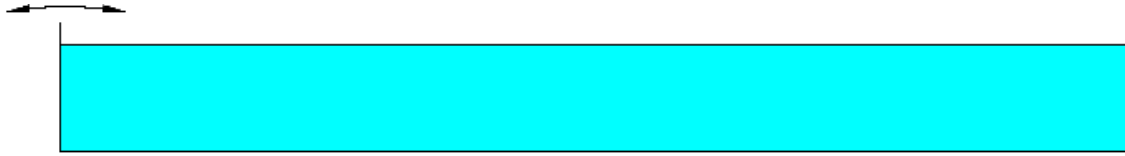


Figura 4.2.1. Canal de propagació d'onatge.

Els paràmetres que regulen el moviment de la paret basculant s'han escollit a partir de córrer varis casos amb diferents valors de període i de velocitat màxima de rotació.

D'aquesta manera, els resultats que es presenten, es classifiquen en les tres situacions diferents de la taula 4.2.1.

	Longitud (m)	Profunditat (m)	T (s)	$\dot{\theta}_{\max}$ (rad/s)	Mida de la malla (m)
Canal A	1000	100	10	0.04	5
Canal B	100	15	4	0.1	0.5
Canal C	100	15	4	0.1	0.3

Taula 4.2.1. Característiques del canal.

Per tal de generar les malles de càlcul s'han usat dos malladors diferents. Un introdueix nodes quan, degut al moviment, queda una zona amb pocs nodes i n'elimina nodes quan estan massa propers. L'altre mallador no introdueix ni elimina nodes.

Per altra banda, també s'ha estudiat la influència de la viscositat del fluid sobre la propagació de l'onatge. S'han usat viscositats de  $0.001\text{m}^2/\text{s}$ , la qual és la viscositat real de l'aigua, i  $0.00001\text{m}^2/\text{s}$ .

La discretització dels diferents models estudiats produeix malles amb un nombre relativament gran de nodes i d'elements. Per exemple, en el cas del canal C, la malla consta de 19414 nodes i 38020 elements triangulars. No obstant, les malles emprades en el present capítol de validació del PFEM tenen un nombre de nodes i elements molt inferior a les malles usades en els casos del capítol 4.

### 4.3 – DISCUSSIÓ DE RESULTATS

Abans d'estudiar la propagació de l'onatge, s'ha de comprovar que realment s'està en condicions d'aigües profundes. És a dir, s'ha de comprovar que la velocitat de l'aigua sigui negligible a les zones properes a la solera. Per exemple, el gràfic 1 mostra un perfil vertical de velocitats (horitzontals i verticals) on es compleixen les condicions desitjades. La figura 4.3.1 correspon al canal tipus B amb viscositat  $0.00001\text{m}^2/\text{s}$  i el mallador que no introdueix ni elimina nodes. En tota la resta de casos realitzats es comprova la condició d'aigües profundes.

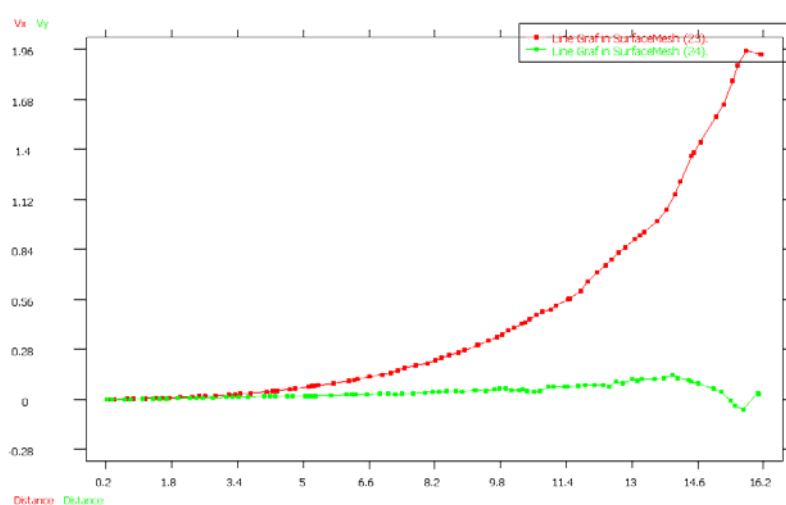


Figura 4.3.1. Perfil vertical de la velocitat (horitzontal i vertical) al pas d'una cresta d'ona.

En referència a la dissipació d'energia, per al canal tipus A, es produeix una forta dissipació d'energia a mesura que les ones es van propagant. A cop d'ull, la dissipació és aparentment idèntica per als dos valors de viscositat utilitzats. Els dos malladors utilitzats també produeixen una dissipació aparentment igual.

En la figura 4.3.2 s'observa, a  $t = 81.0\text{s}$ , la dissipació de la velocitat vertical a un tram central del canal per al cas de viscositat de  $0.00001\text{m}^2/\text{s}$  i mallador que no modifica la quantitat de nodes. En el mateix exemple, la figura 4.3.3 mostra que en l'instant  $t = 81.0\text{s}$  ja s'ha arribat a un estat estacionari pel que fa a amplitud d'ona, la qual cosa confirma l'observació feta per la figura 4.3.2. Els gràfics dels altres casos simulats no s'inclouen perquè no aporten informació addicional.

Cal remarcar que la dissipació observada es produeix en un espai de l'ordre de magnitud de 100m. Per tal de comprovar si per escales més petites la dissipació disminueix s'ha estudiat el canal tipus B. Ja que es poden estudiar escales més petites perquè les ones generades en aquest cas són de longitud d'ona menor.

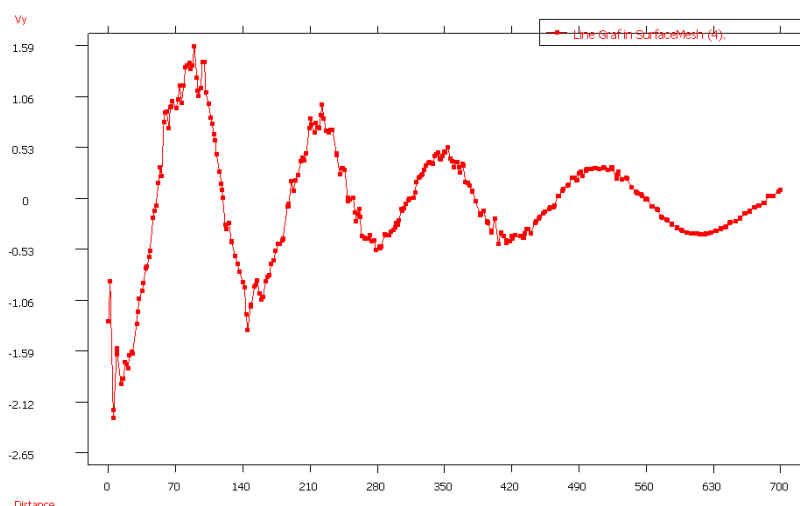


Figura 4.3.2. Perfil longitudinal de la velocitat vertical.  $t = 81.0s$ .

En el cas del canal tipus B no es produeix dissipació en el tram de longitud estudiat. Aquest fet es pot observar a la figura 4.3.4, on es veu que l'energia es conserva al llarg del tram de canal estudiat. A la figura 4.3.5 mostra que les observacions anteriors fan referència a l'estat estacionari, quan els efectes de la situació inicial ( $t=0$ ) de repòs ja no s'aprecien.

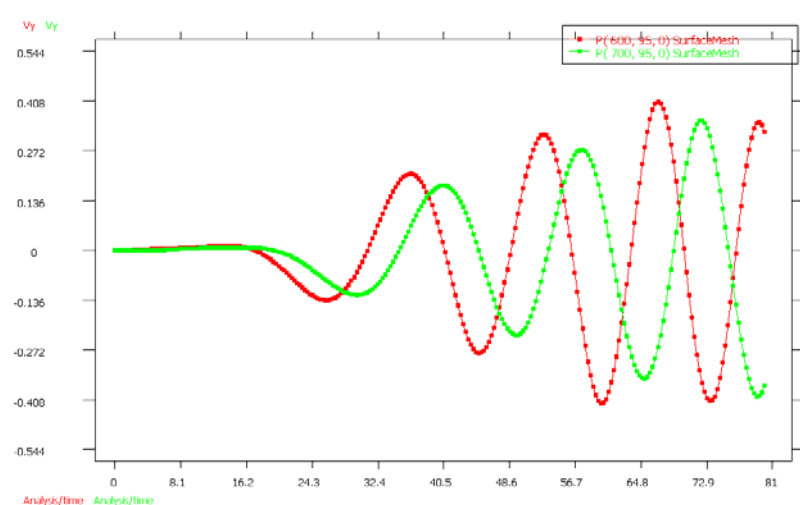
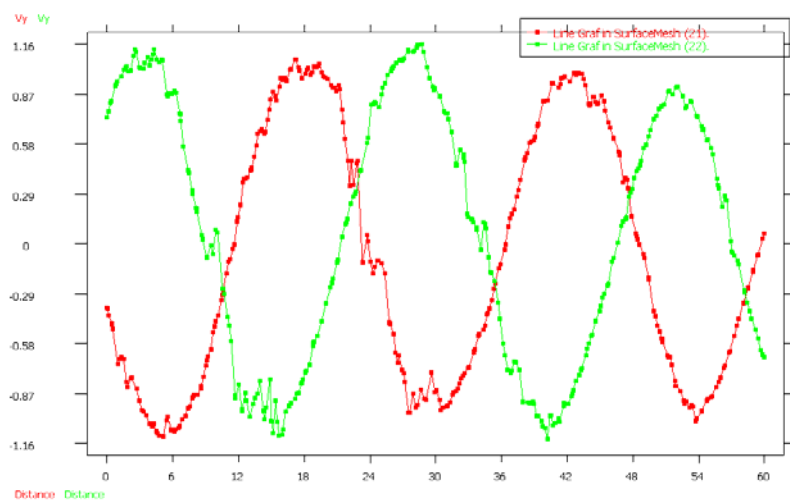
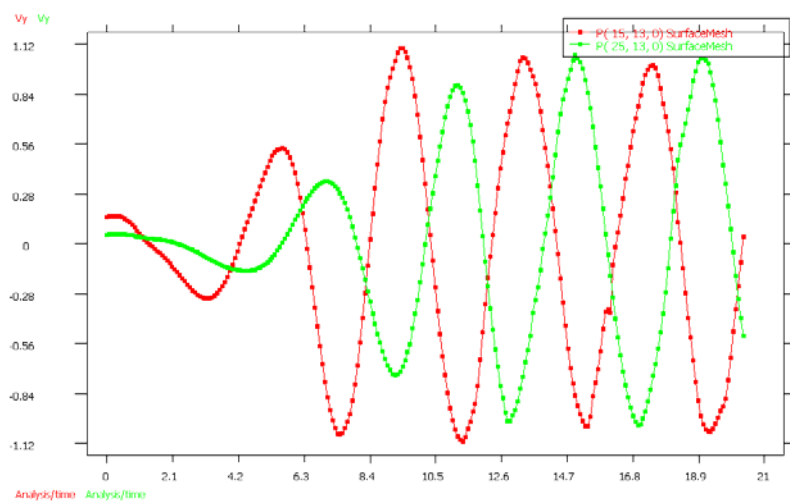


Figura 4.3.3. Evolució de la velocitat vertical als punts  $x = 600m$  i  $x = 700m$ .

Els resultats obtinguts per a aquest canal també és pràcticament independent del mallador utilitzat i de la viscositat usada.

Figura 4.3.4. Perfil longitudinal de la velocitat vertical.  $t = 27.4s$  i  $t = 29.0s$ .Figura 4.3.5. Evolució de la velocitat vertical als punts  $x = 15m$  i  $x = 25m$ .

Finalment, per tal d'estudiar la influència de la mida de la malla en la dissipació de l'energia, s'ha repetit el cas del canal tipus B amb viscositat  $0.00001m^2/s$  i mallador que no modifica el nombre de nodes, però amb una mida de malla inferior a la que és estrictament necessària, en concret un 40% inferior (canal tipus C). En aquest cas, tal com s'observa a la figura 4.3.6, tampoc no es detecta una dissipació d'energia apreciable. La figura 4.3.6 també fa referència a la situació estacionària.

En definitiva, per tal d'estudiar fenòmens on la conservació de l'energia hi té un paper important, és recomanable modelar el fenomen de tal manera que la longitud d'estudi sigui de l'ordre de magnitud de desenes de metre o inferior. Ja que en cas de ser superior, la dissipació pot arribar a ser molt significativa.

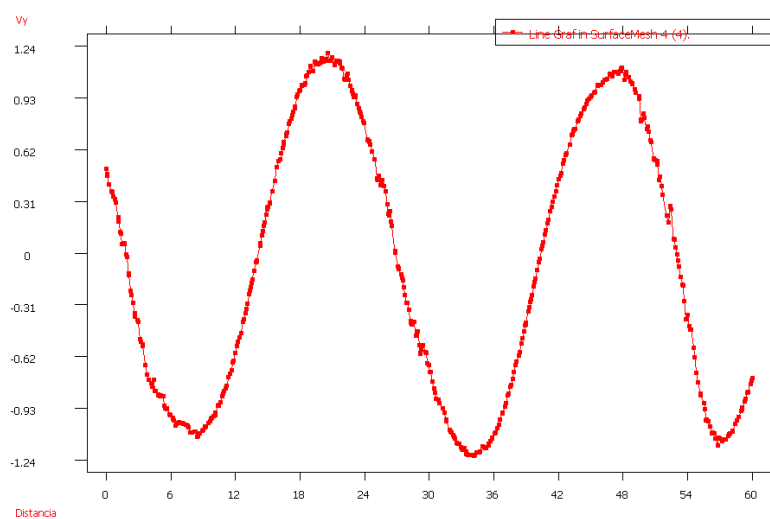


Figura 4.3.6. Perfil longitudinal de la velocitat vertical.  $t = 23.8s$ .

## **CAPÍTOL 5**

# **EXEMPLES DEL MODEL D'EROSIÓ, TRANSPORT I SEDIMENTACIÓ**

### **5.1 – INTRODUCCIÓ**

En el present capítol es presenten varis casos d'estudi del fenomen d'erosió, transport i sedimentació de sediment desenvolupat en el capítol 4.

Primerament, es presenten 8 casos bidimensionals que estudien fenòmens i situacions molt variades.

Finalment, s'ha volgut exposar un cas tridimensional per demostrar que el treball desenvolupat també és aplicable en 3D. Tanmateix, en aquest cas s'han detectat alguns problemes d'estabilitat de la pressió associats al fluid, i que no tenen res a veure amb el procés d'interacció amb el sediment del domini d'estudi.

La majoria dels casos exposats intenten reproduir estudis experimentals. La resta de casos reproduïxen fenòmens i comportaments coneguts qualitativament del problema d'interacció entre fluid i sediment.

En totes dues situacions, l'objectiu de l'estudi és reproduir els casos de manera qualitativa. És a dir, en les zones on se sap que hi ha d'haver erosió, es comprova que el PFEM també produeix erosió, i en les zones on se sap que hi ha d'haver sedimentació, es comprova que el model emprat produeix sedimentació. Addicionalment, els resultats experimentals prediuen que en alguns dels casos estudiats s'arriba a un estat estacionari pel que fa referència al procés d'erosió-transport-sedimentació. En aquests casos el model emprat també reproduïx aquests resultats.

## 5.2 – ESTUDI DE LA CONSERVACIÓ DE SEDIMENT

### 5.2.1 – Introducció i descripció del model

Un dels factors més importants a l'hora de modelar el transport de sediments, és la conservació de la massa de material erosionat. És a dir, la massa de material erosionat ha de ser igual a la massa de material sedimentat més la massa de material que està essent transportat pel fluid.

Per tal d'estudiar la conservació de massa de sediment, s'estudia el cas de la figura 5.2.1 (esquerre), en que una columna d'aigua col·lapsa en un dipòsit tancat. Aquest dipòsit té material erosionable a la part inferior. A la figura, el material erosionable és de color vermell, blau marí i gris.

En aquest exemple es pot efectuar fàcilment el balanç de massa (o de volum, doncs la densitat del material erosionat és la mateixa que la de material sedimentat), ja que no hi ha partícules que surtin fora del domini d'estudi. D'aquesta manera, quan transcorre un interval de temps suficientment gran, totes les partícules que s'han erosionat prèviament han tingut temps de tornar a sedimentar.

La discretització del cas es realitza amb 898 nodes i 1606 elements triangulars. Aquest cas és el que usa, amb diferència respecte el segon, una malla amb menys nodes i elements. No obstant, el cost computacional és similar al dels altres casos, doncs l'interval de temps de simulació és molt superior als altres casos.

### 5.2.2 – Discussió de resultats

En el cas de la figura 5.2.1, l'instant de temps en que pràcticament totes les partícules erosionades han sedimentat és 113s.

En la part esquerra de la figura 5.2.1 es pot observar en color blau marí tots els elements que en algun instant han deixat de formar part del domini sòlid. L'àrea, o volum si fos un problema tridimensional, és la quantitat de material erosionat. Donades les dimensions del problema, aquesta àrea és de 9.88m<sup>2</sup>.

En la part dreta de la mateixa figura, els elements de color verd són els que en algun instant de temps han estat elements del domini de fluid, i que en l'instant final són elements de domini sòlid. L'àrea total d'aquests elements és de 7.60m<sup>2</sup>.

Si s'hagués conservat la massa de sediment, les dues àrees anteriors haurien de ser iguals. Tanmateix, la quantitat de material sedimentat és un 22% inferior a la quantitat de material erosionat. Aquesta diferència es deu a vàries causes:

1. En l'instant final ( $t = 113s$ ), encara queda alguna partícula per sedimentar. No obstant, la quantitat d'aquestes partícules és petit i no explica la gran magnitud d'aquesta diferència.

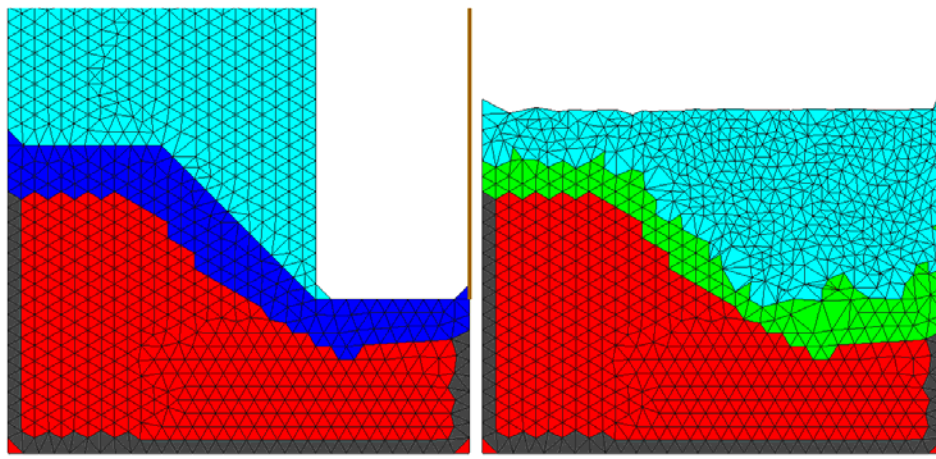


Figura 5.2.1. Dipòsit tancat. Esquerre: situació inicial (el color blau marí és tot el sediment que s'erosiona al llarg del temps). Dreta: situació final (el color verd és tot el material que ha sedimentat).

2. El tamany de malla és considerablement gran, i per tant s'està lluny de la convergència. En aquest punt, cal dir que utilitzar una malla més tupida provoca que el cost computacional de resoldre el cas sigui molt gran, puix el nombre de nodes de la malla és elevat, i l'instant de temps final ha de distar molt de l'instant de temps inicial.
3. El model d'erosió, transport i sedimentació no s'ajusta totalment a la realitat.

## 5.3 – FORMES DE FONS

### 5.3.1 – Introducció

Els rius amb transport de sediment poden presentar un perfil del fons ondulat. Aquesta ondulació pot prendre diferents formes en funció del sediment del riu i de la velocitat del fluid. La figura 5.3.1 mostra els diferents tipus de geometries que es poden crear. En el cas de rius d'arena, les ondulacions que es formen a mesura que creix la velocitat són: arrugues (5.3.1.a), dunes (5.3.1.b), antidunes (5.3.1.c) i ràpids i pous (5.3.1.d).

El fenomen de les formes de fons és el cas més simple de transport de sediment. Aquesta simplicitat és deguda a que el flux de fluid que forma les arrugues, les dunes i les antidunes no té vòrtexs significatius. Addicionalment, és un problema bidimensional, per tant el cost computacional de resoldre el cas és menor que si s'estudia un problema tridimensional.



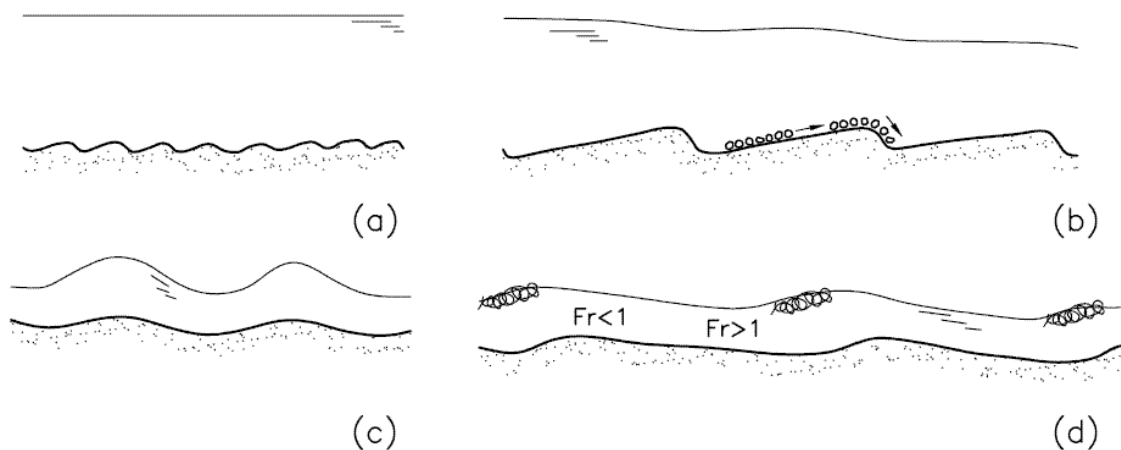


Figura 5.3.1. Formes de fons en un riu amb llit d'arena. (figura extreta de: Martin-Vide [13])

En definitiva, la formació de les formes de fons és un bon cas per a iniciar a estudiar el fenomen del transport de sediment.

### 5.3.2 – Descripció del model

El fenomen de les formes de fons es reproduïx computacionalment en un model de canal bidimensional horitzontal (figura 5.3.2).

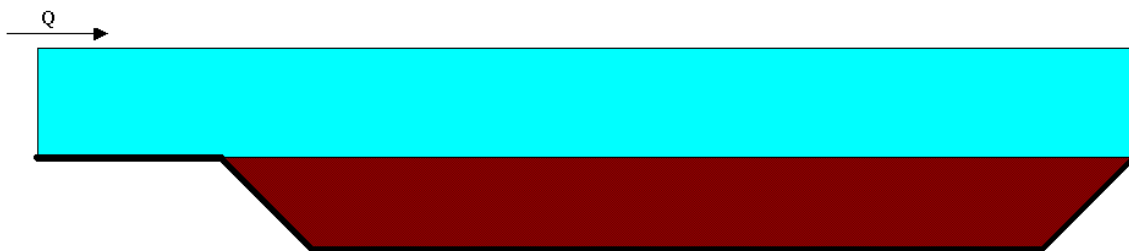


Figura 5.3.2. Canal amb llit erosionable.

El canal té un primer tram de 10m de longitud de material no erosionable. D'aquesta manera s'eviten problemes de forta erosió local a la zona immediatament aigües avall de la secció d'entrada de fluid al canal. Aigües avall d'aquest tram no erosionable hi ha un altre tram de 50m de longitud amb solera erosionable, el qual forma part de la zona d'estudi del present cas.

En la secció inicial del canal s'hi introdueix un cabal unitari d'aigua constant. S'han realitzat simulacions per diferents cabals.

El model s'ha discretitzat amb 6391 nodes i 12273 elements triangulars. En aquest cas la malla tampoc és excessivament gran, però l'interval de temps de simulació és considerablement gran respecte els casos posteriors.

### 5.3.3 – Discussió de resultats

Després de 150s de simulació, es poden veure (figura 5.3.3) unes ondulacions al llit del canal, les quals corresponen al cas en que s'introdueix un cabal unitari de  $3\text{m}^2/\text{s}$ .

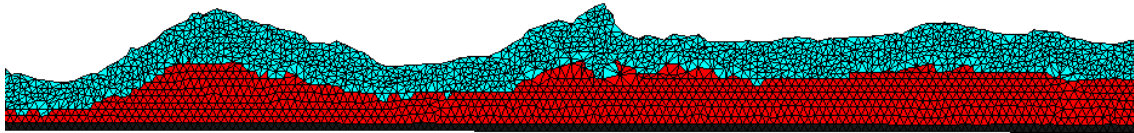


Figura 5.3.3. Porció de canal al final de la simulació.

Havent realitzat simulacions amb diferents cabals d'entrada, no s'ha pogut discernir entre arrugues, dunes, antidunes o ràpids i pous que prediu Martin-Vide [13].

Per altra banda, s'ha observat que per cabals d'entrada relativament grans (superiors a  $6\text{m}^2/\text{s}$ ) les ondulacions observades a la figura 5.3.3 desapareixen, i la superfície de sediment s'erosiona uniformement i es manté plana.

## 5.4 – EROSIÓ LOCAL AL PEU D'UNA TRAVESSA

### 5.4.1 – Introducció

Les erosions locals més importants en endegaments, excloent l'erosió en piles i estreps de ponts, són les produïdes per caigudes d'aigua. Les caigudes es produeixen quan hi ha un canvi sobtat de nivell en el llit d'un riu, com per exemple en soleres d'estacions hidromètriques, petits assuts, dics transversals, travesses, i en general qualsevol obra enterrada que aflora a la superfície degut a l'erosió general.

En aquest apartat s'estudia l'erosió local al peu d'una travessa transversal. Les travesses són punts fixos del perfil del riu que serveixen per controlar les cotes de fons aigües amunt seu a llarg termini. Per tant, quan el riu té tendència a l'erosió general, una travessa pot servir per disminuir el ritme de l'erosió. Tanmateix, la travessa també crea unes condicions hidràuliques al seu voltant que produeixen una erosió local. Aquesta erosió es produeix bàsicament aigües avall de l'obra, i pot arribar a comprometre l'estabilitat d'aquesta.

L'estudi d'aquest cas és relativament simple perquè es pot assimilar a un cas bidimensional. Addicionalment, es disposen de resultats experimentals d'un estudi

realitzat per Bateman [2]. D'aquesta manera es poden comparar els resultats obtinguts computacionalment amb els resultats experimentals.

### 5.4.2 – Descripció de model

Per tal d'estudiar aquest cas s'ha analitzat un canal (veure figura 5.4.1) de característiques semblants al que utilitza Bateman [2] al seu treball. És a dir, s'ha analitzat un canal de pendent horitzontal amb solera erosionable aigües avall de la travessa. La travessa té un parament amb pendent 1H:2V aigües amunt i 1H:1V aigües avall, la seva coronació horitzontal mesura 12cm i sobresurt 6cm de la solera inicial del canal. El canal té una longitud total de 2m, i el punt central de la coronació de la travessa està situat a 50cm de l'extrem aigües amunt del canal.

Cal constatar que el canal usat és més curt que el canal utilitzat en l'estudi de Bateman [2]. En el canal d'estudi s'ha escollit una longitud de 2m per tal d'aconseguir una bona relació entre el cost computacional el càlcul i els resultats obtinguts.

Tots els casos realitzats s'han efectuat amb un cabal de  $15\text{m}^2/\text{s}$  (bidimensional). Per tal de canviar les condicions hidràuliques al voltant de la travessa s'ha situat una paret vertical d'alçada  $H$  a l'extrem aigües avall del canal. S'han calculat diferents casos amb  $H = 2\text{cm}$ ,  $H = 5\text{cm}$  i  $H = 7\text{cm}$ .

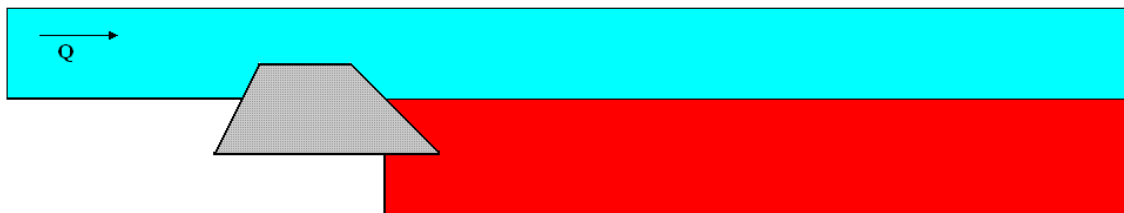


Figura 5.4.1. Travessa fixa aigües amunt d'un llit erosionable.

El problema s'ha discretitzat per mitja de malles diferents, ja que la làmina d'aigua té espessors diferents segons el cas estudiat. Com a ordre de magnitud, la malla emprada consta de 18015 nodes i 35034 elements triangulars lineals. En general, l'interval de temps de simulació és de l'ordre de 100s.

En l'inici de la simulació, la làmina d'aigua té un important canvi de comportament (passa d'estar en repòs a tenir un flux de  $15\text{m}^2/\text{s}$ ). Per tal de minimitzar els efectes del fet anterior al procés d'erosió de sediment, s'imposa que el procés d'erosió no comenci fins a l'instant de temps  $t = 7\text{s}$ .

### 5.4.3 – Discussió de resultats

En el treball de Bateman [2] es descriuen qualitativament 3 situacions diferents produïdes al variar la variable  $H$ :

1. Quan  $H$  és elevat (7cm), l'erosió és molt petita i no es localitza cap erosió local (veure figura 5.4.2.I).

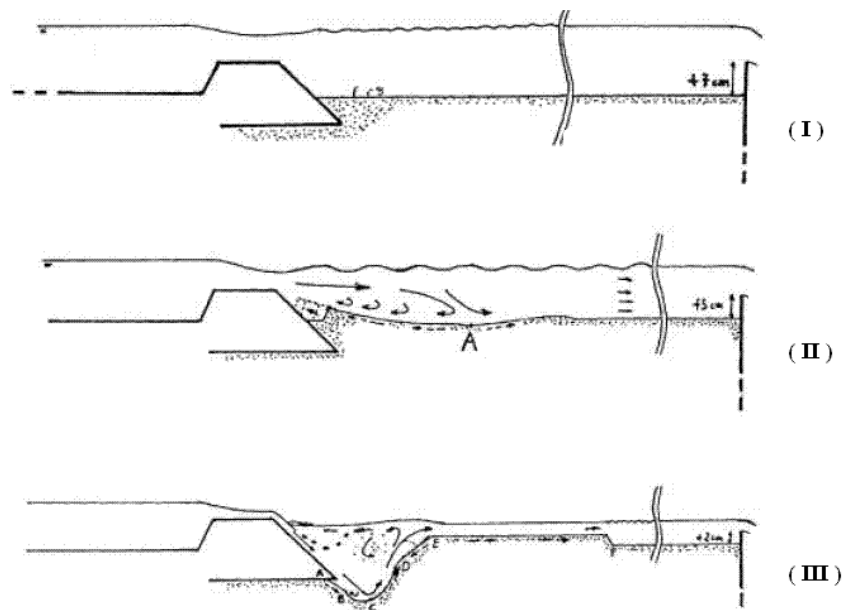


Figura 5.4.2. Diferents casos d'erosió en l'estudi experimental de Bateman [2]. (figura extreta de [2]).

2. Quan  $H = 5\text{cm}$  (figura 5.4.2.II), existeix un punt ("A") on el flux es bifurca. En aquest cas es crea un petit vòrtex que mou el sediment aigües amunt del punt "A" cap al peu de la travessa. Aigües avall de "A" el sediment es mou segons la direcció general del flux. A més a més el punt "A" coincideix amb el punt de màxima erosió.
3. En el cas de  $H = 2\text{cm}$  (figura 5.4.2.III), el flux passa pel calat crític sobre la travessa i cau al peu d'aquesta en règim ràpid. L'erosió local és més pronunciada com més perpendicular al llit erosionable és el flux d'aigua. En conseqüència, aquesta situació és la que crea una erosió més pronunciada i més puntual al peu de la travessa, ja que la velocitat del fluid és molt vertical i considerablement elevada.

En els resultats obtinguts numèricament, s'hi observen múltiples semblances amb els resultats experimentals. No obstant, per començar cal destacar una gran diferència: els resultats obtinguts numèricament no distingeixen entre els casos II i III comentats anteriorment.

En el cas realitzat computacionalment amb  $H = 2\text{cm}$  i en la fase inicial de l'erosió, s'observa el vòrtex que desplaça el sediment aigües amunt descrit en el cas

experimental de  $H = 5\text{cm}$ . Tanmateix, aquest vòrtex té poca capacitat erosiva i no acumula al peu de la travessa tant sediment com en el cas experimental.

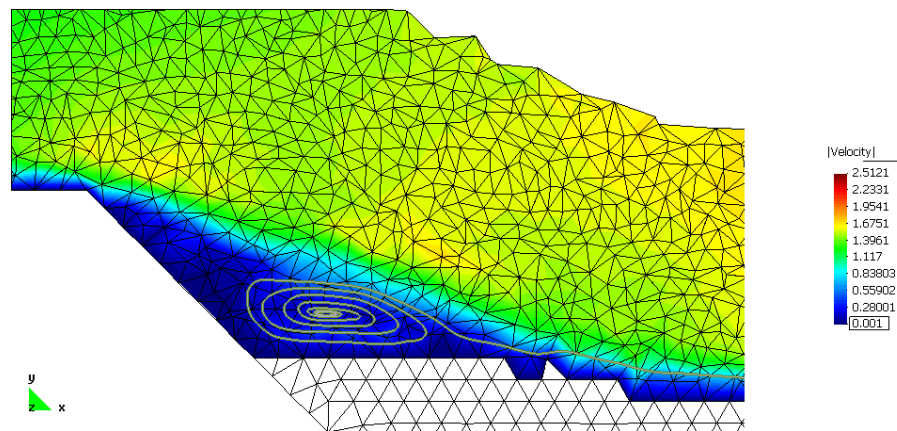


Figura 5.4.3. Camp de velocitats. Vòrtex generat immediatament aigües avall de la travessa.

En la figura 5.4.3 es pot observar el vòrtex generat immediatament aigües avall de la travessa. En la figura s'hi observa una línia de corrent que mostra el vòrtex que es forma. En aquesta mateixa zona el mòdul de la velocitat és més petit que en altres zones aigües avall, i per tant, la capacitat erosiva també és menor

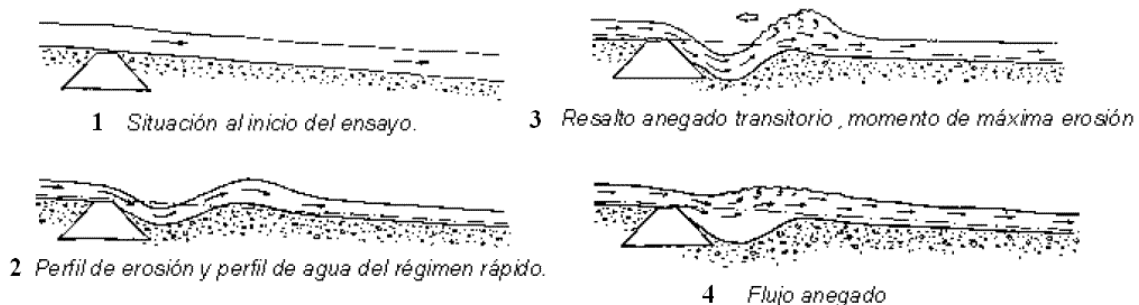


Figura 5.4.4. Evolució de l'erosió en l'estudi experimental d'Andreatta [1]. (figura extreta de [1]).

A mesura que avança l'erosió, es va produint un solc cada vegada més profund i el vòrtex desapareix. En aquesta segona fase (veure figura 5.4.5) els resultats numèrics s'assemblen als resultats experimentals de la figura 5.4.2.III.

En el cas computacional amb  $H = 2\text{cm}$  s'observa molt clarament un fenomen descrit en un treball d'Andreatta [1]. El treball mencionat estudia l'erosió aigües avall d'una travessa totalment enterrada en l'instant inicial (veure figura 5.4.4.1). Malgrat que el cas no és exactament com el cas que s'està estudiant computacionalment, el fenomen físic es reproduïx de manera idèntica (veure figura 5.4.5).

Primerament, es comença a erosionar localment la zona immediatament aigües avall de la travessa. Amb aquestes condicions, el flux d'aigua passa pel calat crític sobre la coronació de la travessa i incideix en règim ràpid al peu d'aquesta (figures 5.4.4.2 i 5.4.5.2). En aquest espai de temps el ritme d'erosió és màxim. A mesura que es va

formant un solc al peu de la travessa, el fluid ha de superar una zona ascendent, per la qual cosa es forma un resalt transitori per tal de passar a règim lent aigües avall d'aquesta zona (figures 5.4.4.3 i 5.4.5.3).

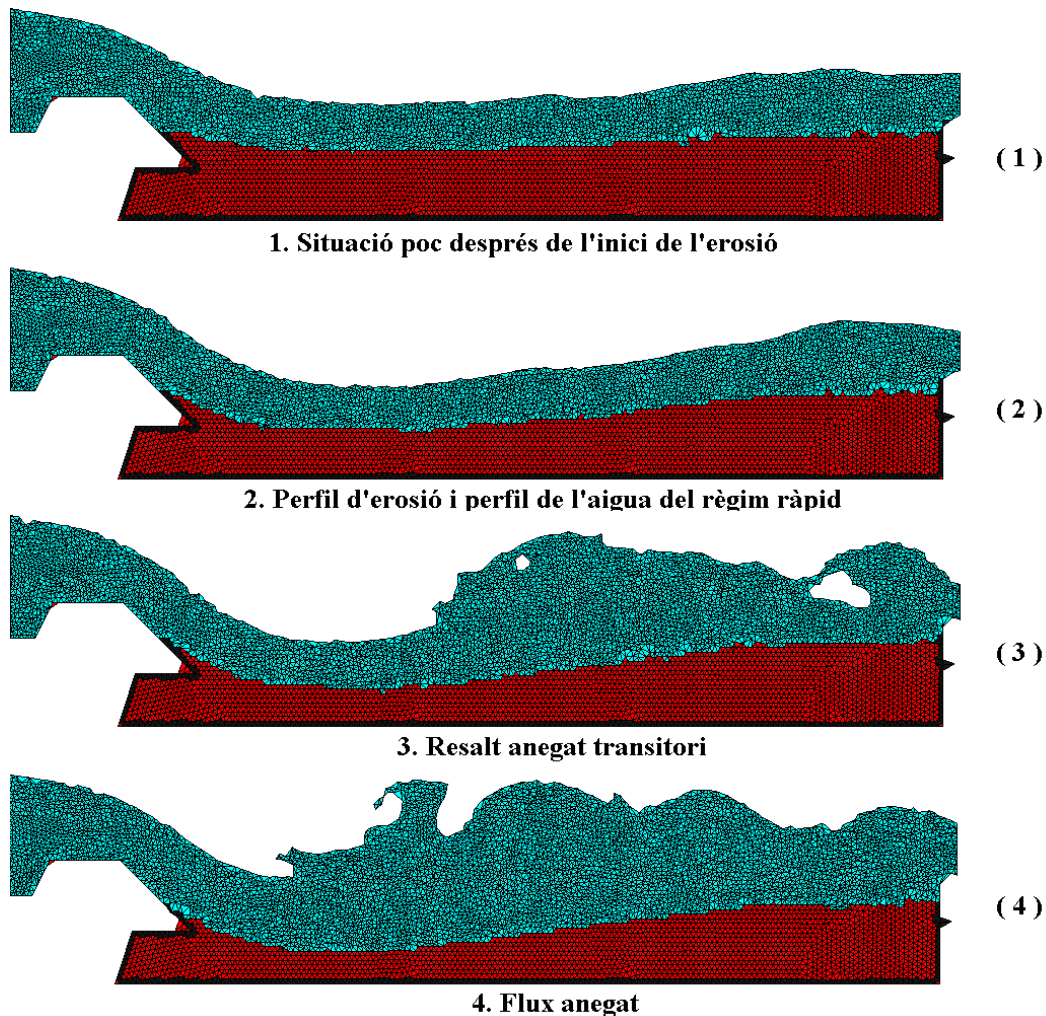


Figura 5.4.5. Canal en diferents instants de temps.

Finalment, el resalt format en l'etapa anterior evoluciona cap a aigües amunt i anega la zona on la socavació produïda per l'erosió és major (figures 5.4.4.4 i 5.4.5.4). A partir d'aquest instant de temps, l'erosió arriba a un estat quasi-estacionari.

A la figura 5.4.6 ( $H = 2\text{cm}$ ) s'observa que la velocitat d'erosió és constant fins a arribar als 50s, moment en que el resalt anega la zona erosionada. A partir de llavors, la profunditat màxima del pou de socavació només augmenta lleument.

Per altra banda, en la figura 5.4.6 ( $H = 7\text{cm}$ ) es pot observar, de la mateixa manera que passava amb els resultats experimentals (figura 2.I), que quan  $H$  és elevat, l'erosió aigües avall de la travessa és molt més petita que en els altres casos. Aquest fet es deu a que el flux és en règim lent. Cal dir, que en règim lent hi ha un calat major, i per tant en el canal hi ha més nodes de fluid. Per tant, el cost computacional de

considerar  $H = 7\text{cm}$  és superior als altres casos. Per aquest motiu, el cas anterior només s'ha arribat fins als 95s.

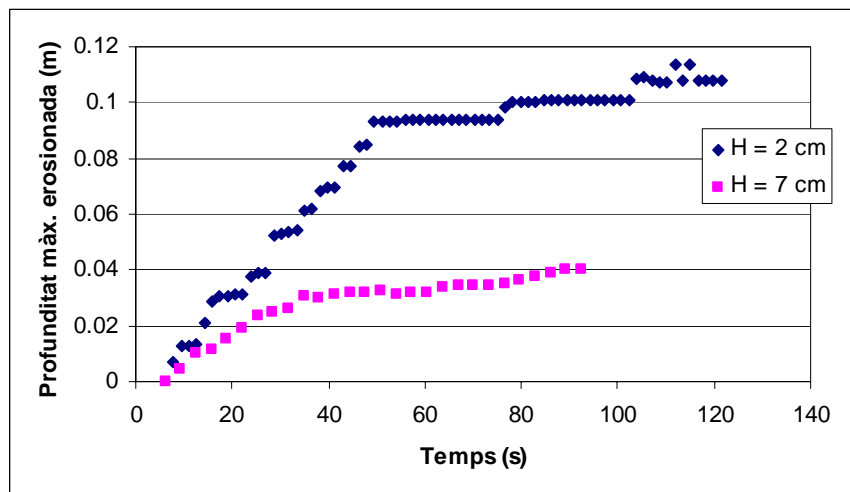


Figura 5.4.6. Evolució de la profunditat màxima d'erosió

## 5.5 – EROSIÓ D'UNA PRESA DE MATERIALS SOLTS

### 5.5.1 – Introducció

En el present cas es pretén comparar l'erosió per sobrepassament d'una presa de materials solts. Concretament, es comparen els resultats obtinguts numèricament amb el programa *Pflow* amb els obtinguts experimentalment per Visser [30] i Zhu [35].

Les preses de materials solts poden col·lapsar per diferents causes. Les que estan relacionades amb els fenòmens d'erosió són dues. Una és la tubificació interna de la presa. És a dir, el flux d'aigua intern de la presa arrossega material i amplifica els camins de porus interconnectats fins que causa el col·lapse total de la presa. Aquest fenomen no es pretén estudiar, degut a que té una complexitat molt gran, una complexitat superior a la complexitat de l'erosió de superfície.

L'altre causa de col·lapse per erosió, és la que es produeix quan l'aigua sobrepassa la coronació de la presa. En aquest cas l'erosió es pot produir de dues formes. Una és produeix en aquelles situacions en que existeix una zona on la coronació de la presa té una cota menor que la resta de coronació. En aquesta situació, l'erosió produeix una bretxa, la qual es va ampliant tant en la direcció vertical, disminuint la cota de la coronació en aquesta zona, com en la direcció horitzontal, erosionant les



parets laterals de la bretxa. Aquest és un fenomen tridimensional, per la qual cosa, si es volgués simular, comportaria un gran cost computacional.

L'objectiu d'aquest exemple és estudiar l'erosió per sobrepassament en una presa de materials solts prismàtica. D'aquesta manera, el fenomen es pot estudiar de forma bidimensional.

En el treball de Zhu [35] es descriu l'evolució de l'erosió en una presa de forma prismàtica. Zhu [35] descriu l'evolució del perfil de la presa en varies condicions de fonamentació. En concret, proporciona descripcions a partir de dades experimentals o a partir de l'argumentació teòrica.

### 5.5.2 – Descripció del model

Per tal de comparar els resultats experimentals amb resultats numèrics de manera qualitativa, es considera una presa de 5m d'alçada, 25m de base i uns paraments inclinats  $30^\circ$  respecte l'horitzontal. La coronació de la presa té 3m d'amplada.

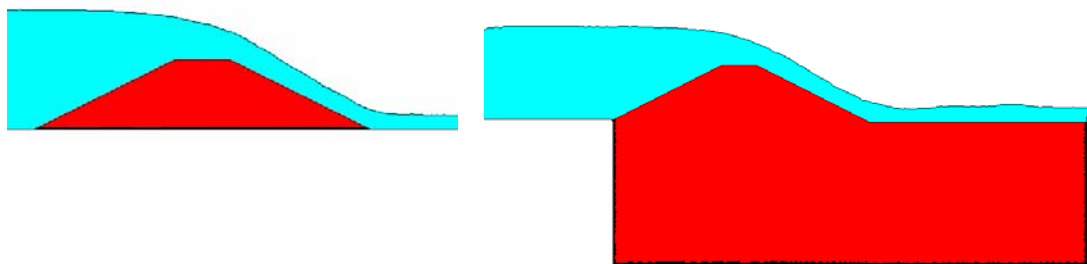


Figura 5.5.1. Presa amb fonaments no erosionables (esquerre) i presa amb fonaments parcialment erosionables (dreta).

Es consideren dos casos. En el primer, la fonamentació de la presa no és erosionable. L'única part del model que es pot erosionar és el cos de la presa (figura 5.5.1 esquerra).

En aquest cas el problema s'ha discretitzat per mitjà d'una malla amb 16065 nodes i 34121 elements triangulars.

El segon cas considera que la fonamentació és parcialment erosionable (figura 5.5.1 dreta). Tot el material aigües avall del punt situat més a l'esquerre de la presa es pot erosionar. Tot el material erosionable té les mateixes propietats.

En aquest segon cas el problema s'ha discretitzat per mitjà d'una malla amb 51260 nodes i 85237 elements triangulars.

En ambdós casos, l'interval de temps de simulació és de l'ordre de 120s. I, igualment que en el cas anterior, l'inici del procés d'erosió es prescriu a  $t = 7s$ .



### 5.5.3 – Discussió de resultats

#### 5.5.3.1 – Fonamentació no erosionable

El primer cas estudiat per Zhu [35] és la presa sobre una fonamentació no erosionable. En aquest cas, l'erosió es produeix, majoritàriament, al parament d'aigües avall i a la coronació de la presa, doncs la velocitat de l'aigua és relativament gran. En aquesta configuració, l'erosió produeix que l'evolució del perfil de la presa sigui una homotècia respecte la part inferior del parament aigües amunt de la presa (veure figura 5.5.2).

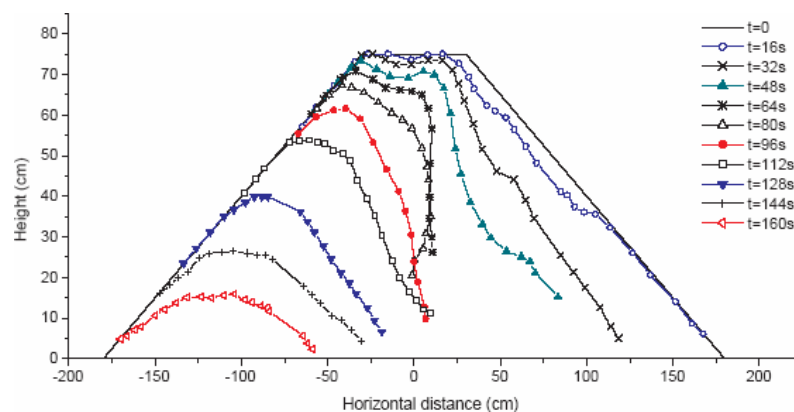


Figura 5.5.2. Perfil experimental de l'erosió d'una presa. (figura extreta de [35]).

A la figura 5.5.3 s'observa l'evolució del perfil de la presa estudiada numèricament en diferents instants de temps. A la figura s'observa, tal com s'espera, que l'evolució del perfil de la presa és una homotècia respecte la part inferior del parament aigües amunt de la presa.

Per altre banda, no es pretén comparar l'interval de temps necessari per erosionar totalment la presa, ja que és una variable que depèn dels paràmetres utilitzats en el model. Conseqüentment, podem dir que el comportament del model utilitzat té una semblança molt significativa amb el comportament del problema estudiat experimentalment.

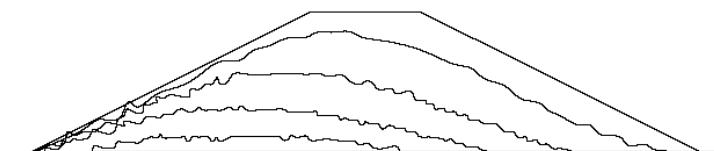


Figura 5.5.3. Evolució del perfil de la presa ( $t = 20, 40, 60, 80, 100$  i  $120$ s).

En les etapes intermitges d'erosió de la presa de la figura 5.5.13 s'observa que el parament aigües avall d'aquesta és molt vertical i no segueix estrictament l'argumentació exposada en el paràgraf anterior. Aquesta irregularitat és deguda al

desprendiment del corresponent talús. En el model numèric usat, el fenomen de l'estabilitat mecànica no es té en compte. Conseqüentment, quan es produeix moviment de sediment per qüestions estructurals, no es pot esperar uns resultats semblants als experimentals.

### 5.5.3.2 – Fonamentació parcialment erosionable

El segon cas descrit per Zhu [35] és el que considera que la fonamentació és erosionable excepte el tram aigües amunt de la presa. En aquesta ocasió, el resultat presentat és qualitatiu i basat en la teoria i l'experiència de l'autor. La situació final del perfil es pot observar en la figura 5.5.4.

Per tal de realitzar la simulació numèrica de la presa, s'ha emprat el mateix model que en el cas anterior, tot imposant la condició d'erosionabilitat adequada als fonaments de la presa. El paràmetre d'erosió de la part de fonaments erosionables s'ha prescrit igual al valor del paràmetre d'erosió del resta de la presa.

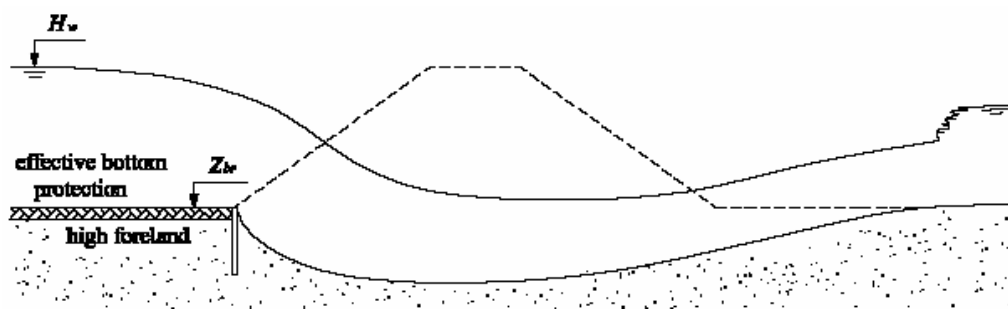


Figura 5.5.4. Perfil de l'erosió d'una presa amb fonamentació erosionable. (figura extreta de [35]).

A la figura 5.5.5 s'observa que la presa redueix el seu perfil a partir d'una homotècia respecte la part inferior del parament aigües amunt d'aquesta. En aquest cas, degut a l'erosionabilitat del terreny, es forma un solc aigües avall de la presa.

A més a més, en el solc erosionat immediatament aigües avall de la presa, s'observa la migració aigües amunt del punt de màxima erosió. Aquest fenomen també és mencionat en els treballs de Visser [30] i Zhu [35].

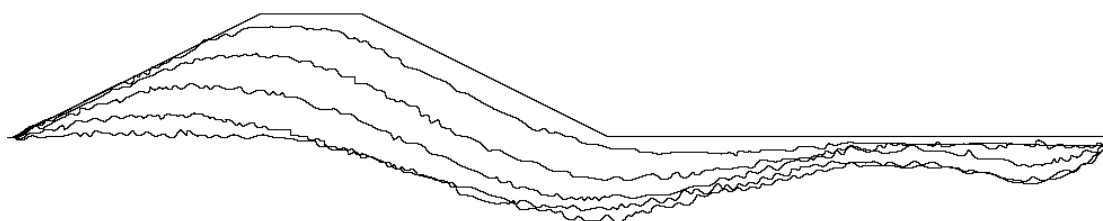


Figura 5.5.5. Evolució del perfil de la presa i de la seva fonamentació ( $t = 19, 38, 57, 76, 95, 114s$ ).

Adicionalment, en la figura 5.5.5 també s'observa una duna produïda aigües avall del solc de màxima erosió. Aquesta duna és produïda per l'acció conjunta de la sedimentació del material erosionat aigües amunt d'aquesta i la menor capacitat erosiva del flux provinent de la zona del solc.

## 5.6 – CAIGUDA D'UN RAIG D'AIGUA

### 5.6.1 – Introducció

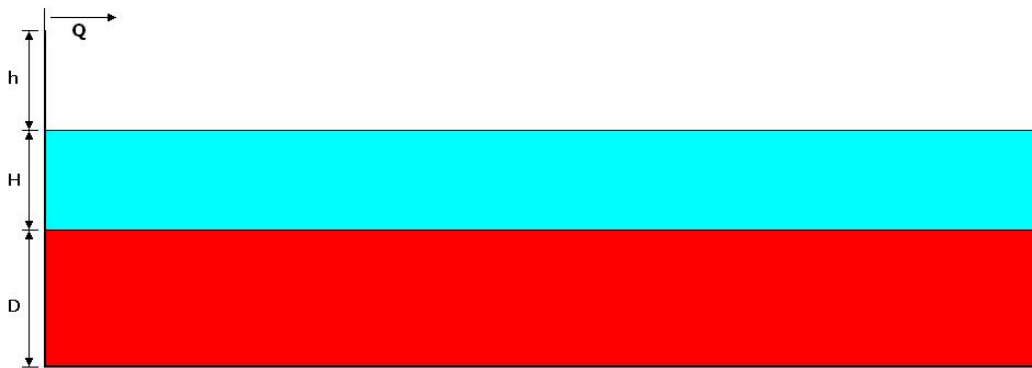


Figura 5.6.1. Esquema del model utilitzat.

En el camp de la hidràulica hi ha diferents situacions en que un raig d'aigua cau o impacte sobre un terreny erosionable. Generalment, aquesta situació es dona quan s'ha d'incorporar un flux d'aigua a la llera d'un riu, com per exemple els abocadors de preses, les canonades de retorn en centrals hidroelèctriques o les canonades d'abocament en les estacions depuradores. Aquestes situacions es poden representar segons la figura 5.6.1.

Quan el raig d'aigua entra en contacte amb la llera del riu on s'incorpora, es produeix un solc. Conèixer la profunditat d'aquest solc acostuma a ser important perquè la magnitud d'aquest pot comprometre l'estabilitat d'alguna estructura.

Per tal de reduir la profunditat del solc, normalment es propicia la presència d'una capa d'aigua per tal de dissipar la potència erosiva del raig d'aigua. A mesura que el raig penetra a la capa d'aigua, perd potència (velocitat). Aquest fenomen es pot observar a la figura tal com es pot observar a la figura 5.6.2. Adicionalment, a mesura que es va produint el solc, l'espessor de la capa d'aigua augmenta, i conseqüentment també augmenta la seva capacitat dissipativa. Per tant, arriba un instant en que s'assoleix l'equilibri.

La màxima profunditat de l'erosió ( $P$ ) depèn de 4 variables: el material de la llera ( $k$ ), el cabal que s'incorpora a aquesta ( $q$ ), l'alçada des de la qual s'incorpora el raig ( $h$ ) i la profunditat de la capa d'aigua que protegeix la capa erosionable ( $H$ ).

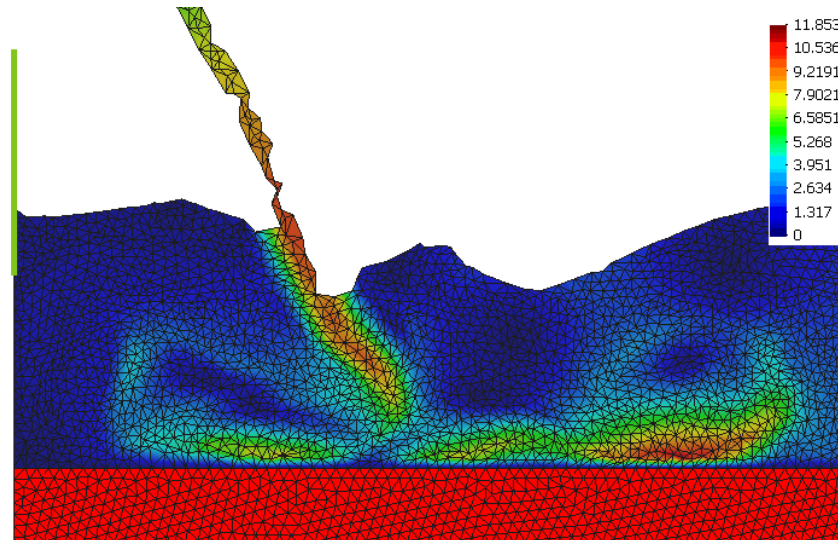


Figura 5.6.2. Camp de velocitat (m/s). Divisió del jet d'aigua al aproximar-se al contorn del sediment.

L'objectiu d'aquest apartat és estudiar la profunditat d'equilibri del solc en funció de la variable  $h$ . S'ha escollit aquesta variable i no una de les altres perquè al variar  $q$  o  $H$  causa una gran variació del cost computacional necessari per arribar a l'equilibri.

Existeixen distintes fórmules empíriques per avaluar la màxima profunditat d'erosió. Per tal d'analitzar les dades obtingudes numèricament s'utilitza la següent fórmula:

$$P = k \cdot q^{0.5} \cdot h^{0.25} \cdot H^{0.333} \quad (5.1)$$

### 5.6.2 – Descripció del model

Per tal d'estudiar el cas s'ha realitzat el model que es pot observar a la figura 5.6.1.

Per a totes les simulacions realitzades s'ha deixat caure un raig d'aigua de  $0.1 \text{ m}^2/\text{s}$  des d'una altura variable segons el cas.

Aquest raig d'aigua cau sobre un llit d'amortiguament també d'aigua. L'espessor d'aquesta capa és de  $0.15 \text{ m}$ . A sota d'aquesta capa hi ha la capa de sediment. L'espessor d'aquesta última capa ha de ser suficientment gran per tal que el problema pugui evolucionar fins que el procés d'erosió-transport-sedimentació arriba a l'estat estacionari. Per altra banda, l'espessor no pot ser excessivament gran per tal de no

incrementar més del necessari el cost computacional de l'estudi. S'ha escollit una espessor de 0.4m.

El canal d'estudi té una longitud de 1.5m i la seva solera és horitzontal. La sortida de fluid del domini es produeix per l'extrem dret quan el fluid supera l'alçada de la paret lateral de 0.15m d'alçada.

El cas es discretitza per mitjà de 10573 nodes i 20680 elements triangulars inicials. Amb el pas del temps de simulació el nombre de nodes i elements augmenta lleugerament degut a l'entrada de fluid al domini.

### 5.6.3 – Discussió de resultats

Els resultats concorden de manera qualitativa amb les prediccions realitzades a partir del coneixement experimental. Tal com s'observa a l'annex 5, a la zona on es produeix la caiguda del raig d'aigua es produeix una forta erosió, la qual va disminuint la seva velocitat d'avançament a mesura que transcorre el temps. Addicionalment, al voltant d'aquesta zona d'erosió, el sediment torna a sedimentar. Aquest segon fenomen, tal com passa a la majoria dels altres casos, té una intensitat inferior a la que s'hauria d'esperar.

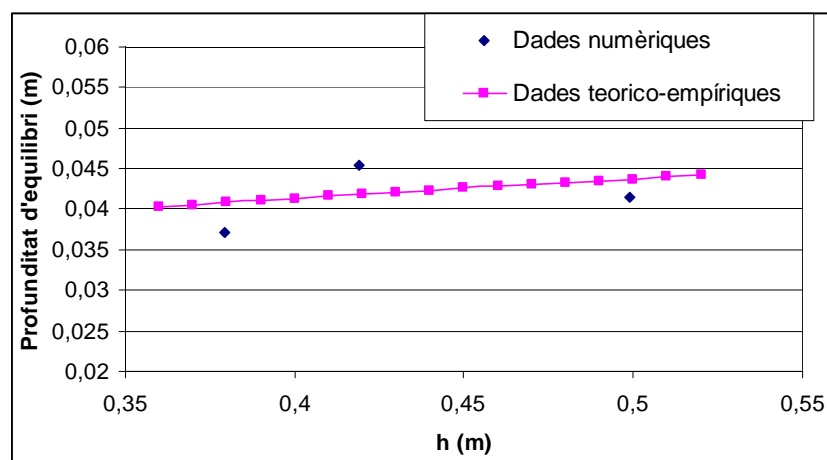


Figura 5.6.3. Dependència de l'altura de caiguda del raig d'aigua a la profunditat d'erosió d'equilibri.

En aquest cas es fa èmfasi a la profunditat en que l'erosió arriba a un estat estacionari.

Com que en el present cas només s'estudia la dependència en la profunditat d'equilibri de l'alçada des de la que cau el raig d'aigua, l'expressió anterior (5.1) es pot rescriure com a:

$$P = K \cdot h^{0.25} \quad (5.2)$$

En aquestes condicions s'han realitzat 3 simulacions amb diferents altures de caiguda del raig de fluid. Cadascuna d'aquestes simulacions s'ha deixat evolucionar fins

a arribar al punt en que el punt de màxima profunditat de la fosa d'erosió arriba a un estat estacionari.

A la figura 5.6.3 s'observa la dependència de l'altura de caiguda del raig de fluid a la profunditat d'erosió d'equilibri. En la mateixa figura, s'ajusta una corba del tipus (5.2) a les dades obtingudes numèricament.

## **5.7 – TRENCAMENT SOBTAT D'UNA PRESA**

### **5.7.1 - Introducció**

Tradicionalment, s'han modelat els efectes de ruptura sobtada de preses per poder preveure'n els efectes i poder desenvolupar plans d'emergència en cas que es produeixi tal desastre. Els models utilitzats consideren la conca com un contorn incanviable (no erosionable).

Tanmateix, en la realitat, la quantitat de material sedimentari que entra en moviment quan es trenca una presa de forma sobtada pot ser enorme. A vegades, aquest volum de sediment mobilitzat pot ser del mateix ordre de magnitud que el volum d'aigua que inicialment hi havia emmagatzemat l'interior de l'embassament.

L'efecte del canvi de geometria de la conca pot ser molt important, segons Spinewine [23]. Per exemple, els dos paràmetres més importants a l'hora d'efectuar plans d'emergència, el temps d'arribada del front d'aigua a un cert punt i el màxim nivell que aconsegueix l'aigua en el punt, poden canviar totalment segons si es considera la conca erosionable o no erosionable.

En definitiva, considerar l'erosionabilitat de la conca a la modelització de ruptura de preses és un camp que genera interès. En aquest sentit, s'ha creat el projecte IMPACT, en el qual hi col·laboren grups de diverses universitats europees. El primer objectiu del projecte és disposar de dades experimentals d'un cas de ruptura de presa amb conca erosionable normalitzat. El segon objectiu del projecte és comparar les dades experimentals amb dades obtingudes numèriques pel diferents grups integrants del projecte.

L'objectiu del present apartat és comparar els resultats obtinguts en el marc del projecte IMPACT amb els resultats obtinguts amb el model utilitzat en la present tesina.

En concret, s'estudien dues situacions. Una és l'evolució d'una conca prismàtica regular quan es trenca sobtadament una presa. La conca està formada d'arena i és totalment horitzontal (situació 1). La segona situació és idèntica a la primera amb l'excepció que en el punt on es troba la presa, la cota de la conca té una discontinuïtat (situació 2).

### 5.7.2 – Descripció del cas experimental en la situació 1

Per a realitzar els experiments es va emprar un canal horitzontal de secció rectangular. Les seves dimensions són 2.5m de llargada, té una amplada de 10cm i unes parets laterals de 35cm d'alçada (veure figura 5.7.1).

En el cas de la conca plana i continu, en el canal s'hi col·loca una capa d'arena uniforme amb una espessor, també uniforme, de 10cm. En canvi, en el segon cas, la l'espessor de la capa d'arena aigües amunt de la presa és superior que l'espessor de sediment aigües avall de la mateixa.

En els dos casos, la presa es situa 0.6m aigües avall de l'extrem inicial del canal. La presa es modela mitjançant una comporta plana que impedeix el moviment de l'aigua. En l'instant en que es reproduïx la ruptura sobtada d'una presa, la comporta es mou verticalment en direcció ascendent de forma ràpida. L'interval de temps en que dura el moviment és inferior a 50ms.

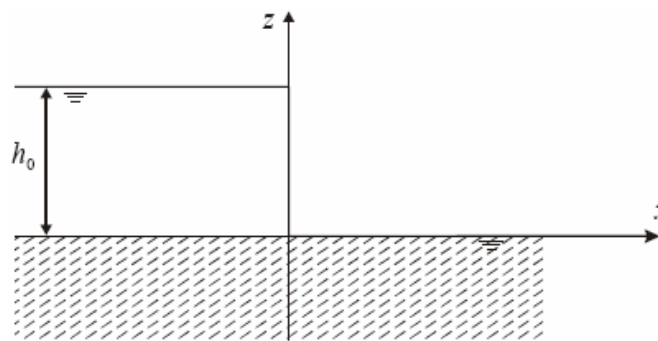


Figura 5.7.1. Esquema de la zona central del canal utilitzat (imatge extreta de [23]).

Donada la curta duració de l'experiment comparada la llargada del canal, la condició de contorn aigües amunt del canal té poca influència en el resultat. A la pràctica s'assumeix que el nivell d'aigua es manté constant.

### 5.7.3 – Descripció del cas numèric en la situació 1

Per a reproduir les dades experimentals mitjançant el model de la tesina, s'ha bidimensionalitzat el problema, i s'han mantingut constants totes les variables. Aquesta aproximació és vàlida i és la mateixa que han aplicat els grups que han repetit l'experiment computacionalment, per tant es considera que és una simplificació que s'ajusta a la realitat. A la figura 5.7.2 s'hi pot observar la geometria inicial del problema resolt computacionalment.

Per altra banda, en el model emprat al programa *Pflow*, la condició de nivell constant aigües amunt del canal s'assoleix imposant que el contorn sigui una entrada de fluid, on la velocitat d'entrada s'adequa a la velocitat requerida. Tanmateix, els resultats

presentats en els següent apartat no consideren entrada de fluid aigües amunt del canal, donar que si es considera es produeix un transitori inicial difícil de resoldre donat el caràcter de transitori del cas d'estudi.

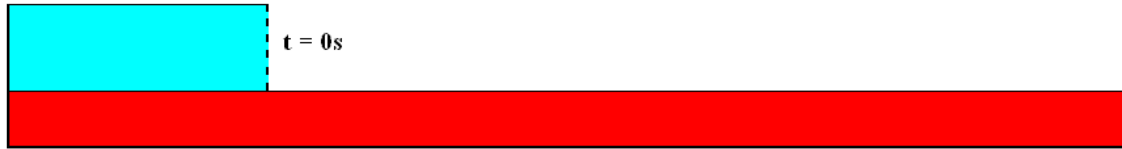


Figura 5.7.2. Geometria del cas.

El model es discretitza per mitjà d'una malla de 18460 nodes i 36106 elements triangulars.

#### 5.7.4 – Comparació de resultats en la situació 1

A la figura 5.7.3 s'observa l'evolució del canal quan es simula el trencament de la presa en el cas experimental. La figura proporciona tres informacions: la cota d'aigua, la interfície per sota la qual es troba la major part de sediment mobilitzat i el perfil del canal no erosionat.

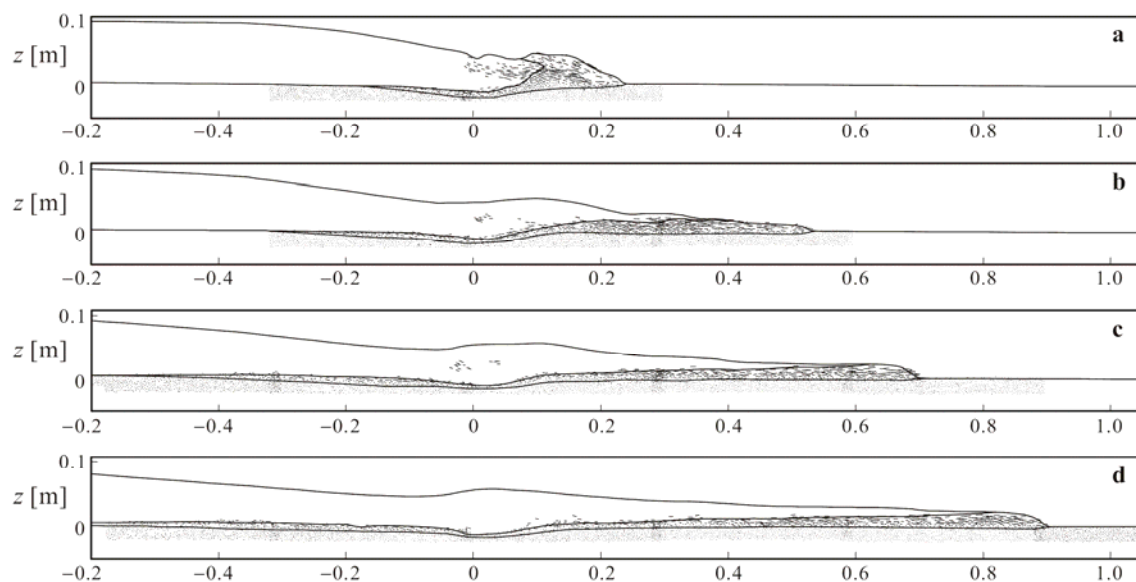


Figura 5.7.3. Evolució del perfil del canal experimental en quatre instants de temps (imatge extreta de [23]).

Analitzant els resultats experimentals s'observa que en el peu del punt on inicialment hi havia la presa es forma una fosa d'erosió que afecta a tot el moviment de fluid, tot creant un salt de fluid.



A més a més, també es pot observar que la interfície entre l'aigua i el fluid amb elevada concentració de sediment es manté força ben definida i no es difumina amb el pas del temps.

Per altra banda, la figura 5.7.4 representa de forma simplificada l'evolució del perfil del sediment del canal, modelat numèricament, al llarg del temps. Complementàriament, a l'annex 6 s'hi poden trobar les figures que representen l'evolució del problema tot observant-se les tres fronteres mencionades pel cas experimental.

En el cas resolt computacionalment també s'observa la creació d'un pou d'erosió al peu de la presa inicial i la seva posterior influència al moviment del fluid. Per altra banda, també s'observa la tendència a la conservació de la interfície entre sediment mobilitzat i aigua.

No obstant, en el cas numèric s'observa que la làmina d'aigua té un comportament diferent a l'obtingut experimentalment, tot magnificant-se l'efecte amb el pas del temps. El fet anterior pot ser degut a que en el cas numèric s'ha usat un paràmetre d'erosió molt petit, i per tant la profunditat d'erosió ha estat considerablement elevada. Com a conseqüència, a mesura que avança el temps, el fluid ha de vèncer un pendent de canal erosionat molt més ascendent que en el cas experimental, i per tant l'evolució ha de ser forçosament diferent.

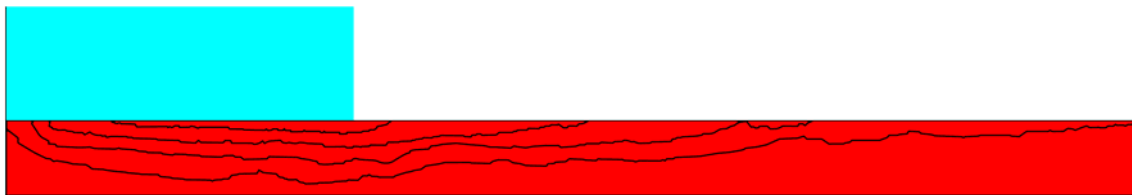


Figura 5.7.4. Evolució del perfil de sediment ( $t = 0, 0.35, 1.05, 1.75, 2.45s$ ).

En el mateix annex 6 també es pot observar la diferència entre una solera del canal erosionable i una que no ho és. En els dos casos la velocitat del front d'aigua és molt semblant. Tanmateix, en el cas de la solera del canal erosionable, el nivell de fluid aigües amunt del front varia de forma sobtada i té una espessor superior que el cas del canal no erosionable.

Les constatacions del paràgraf anterior no es poden comparar amb dades experimentals, ja que el mencionat projecte IMPACT no mesura la influència de l'erosionabilitat de la solera del canal.

### 5.7.5 – Descripció del cas experimental en la situació 2

En aquest cas, el canal utilitzat va ser semblant al de la situació 1, però tenia unes dimensions diferents. La longitud del canal va ser de 6m, amb una amplada de 0.25 i unes parets laterals de 0.7m d'altura.

La diferència important respecte al canal de la situació 1 rau en la manera com es representa el trencament de la presa, la qual es troba al mig del canal. En el present cas, la presa es mou en direcció descendent, accionada per un gat hidràulic, i el seu moviment també tarda uns 50ms. Segons Spinewine [24], aquesta configuració del trencament de la presa té una influència menor a l'evolució del flux d'aigua i sediment.

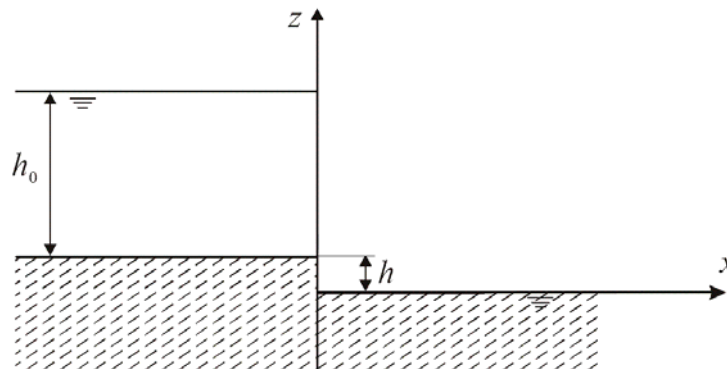


Figura 5.7.5. Esquema de la zona central del canal utilitzat (imatge extreta de [24]).

L'espessor de la capa d'aigua inicial en repòs aigües amunt de la presa té una espessor de 25cm ( $h_0$ ), veure figura 5.7.5. El sediment està distribuït horitzontalment, però té una discontinuïtat vertical al punt on hi ha situada la presa. La cota de sediment aigües amunt de la presa té una cota 10cm ( $h$ ) superior a la cota del sediment aigües avall de la presa.

### 5.7.6 – Descripció del cas numèric en la situació 2

Per tal de reproduir els resultats experimentals obtinguts per Spinewine [24], es procedeix a crear un model similar al model creat per la situació 1.

En el nou model es té en compte les noves dimensions del problema, i sobretot, es considera la diferència de cota del sediment entre aigües amunt i aigües avall de la secció on es troba la presa.

### 5.7.7 – Comparació de resultats en la situació 2

En aquest cas, es fa clarament manifest una de les limitacions del model d'interacció entre fluid i sediment. En la situació experimental s'observa (veure figura 5.7.6) que el grao existent en la secció on es produeix la ruptura de la presa es trenca, doncs supera l'angle d'estabilitat natural de talús.

Tal com ja s'ha comentat, actualment, aquest fenomen no es té en compte en el model utilitzat en el *Pflow*, conseqüentment, els resultats numèrics i experimentals no

poden convergir, almenys en el lloc on es produeix el trencament del talús i en l'interval de temps que aquest fenomen es posa de manifest.

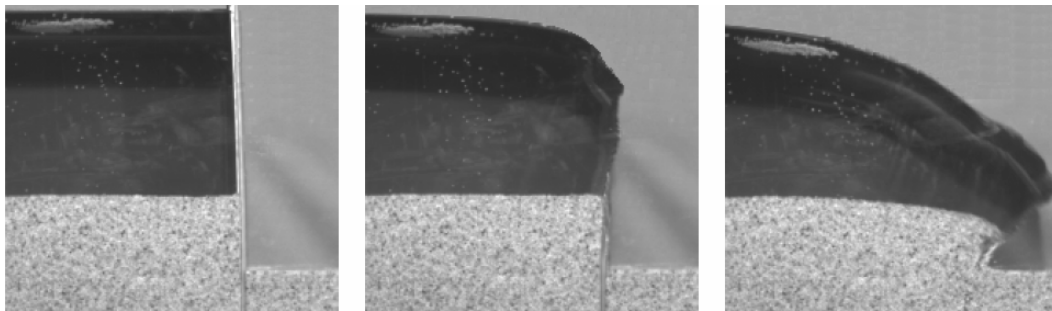


Figura 5.7.6. Evolució del perfil del canal experimental en la fase inicial (imatge extreta de [24]).

La figura 5.7.7 i l'annex 7 mostren l'evolució del perfil de sediment. Addicionalment, l'annex 7 mostra l'evolució de la làmina de fluid. S'observa que el lloc on es produeix la màxima erosió és immediatament aigües avall de la secció on es produeix el trencament de la presa. Tal com ja s'ha mencionat, en aquesta zona els resultats no són fiables, ja que no es té en compte el fet del trencament del grao de sediment.



Figura 5.7.7. Evolució del perfil de sediment ( $t = 0, 0.8, 1.6, 2.4s$ ).

A la resta de canal, l'erosió és progressiva, i a llarg termini tendeix a ser uniforme al llarg de tot el tros de canal que està aigües avall de la secció en que es produeix el trencament de la presa.

L'observació anterior corrobora els resultats experimentals, els quals es reproduïxen en l'annex 11. Tanmateix, en les fases intermitges de la situació experimental, a la zona on es situa el front d'ona del fluid, s'observa una erosió marcadament superior a la resta de canal. Aquesta sobreerosió no es detecta en el cas de la simulació numèrica.

## 5.8 – EXTRACCIÓ DE SEDIMENT DE LA LLERA D'UN RIU

### 5.8.1 - Introducció

Una modificació habitual que es realitza als rius és l'extracció de sediments, ja sigui per utilitzar el sediment com a àrid per a la construcció, per soterrar canonades o altres conduccions, o per altres finalitats molt diverses. Aquesta modificació provoca una modificació local en el fenomen d'erosió i sedimentació.

L'objectiu del present cas és estudiar l'evolució d'un cas d'extracció de sediment en la llera d'un riu.

En el present cas no es disposa de resultats experimentals de l'evolució del problema, tampoc es disposa de resultats teòrics en relació al tema. Tanmateix, es justifica l'evolució de la superfície erosionada a partir de la interpretació del flux de fluid que es produeix al llarg del canal.

### 5.8.2 – Descripció del model

El model bidimensional utilitzat representa un canal de 50m de longitud (veure figura 5.8.1), el qual té un tram central de 30m que està format per sediment erosionable. A la vegada, en el tram central té una zona on s'ha extret sediment. Aquesta extracció té una longitud de 10 i una profunditat màxima de 5m, els seus talussos tenen una pendent 1:1. El canal té un pendent global del 3%.

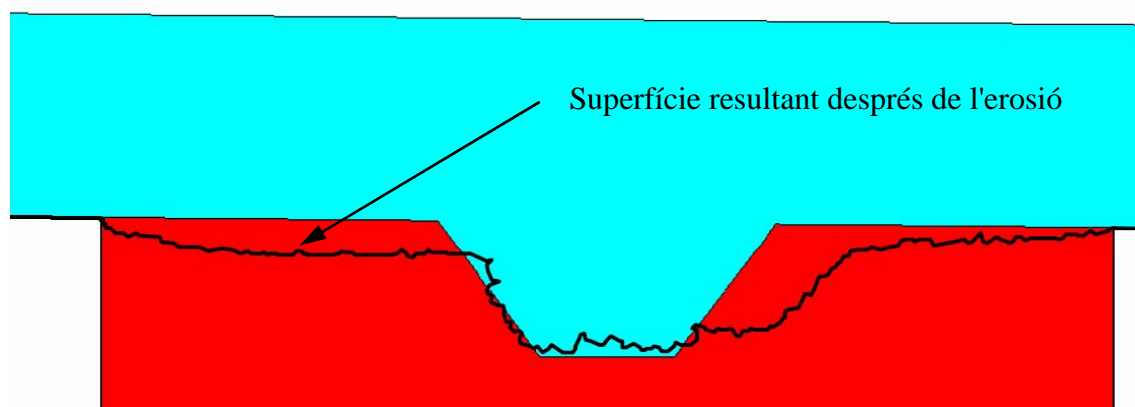


Figura 5.8.1. Esquema del model emprat i perfil de sediment resultant a  $t = 193s$ .

A la part aigües amunt del canal (esquerre de la figura 1) s'ha introduït un cabal unitari d'aigua constant de  $24m^2/s$ .

El problema s'ha deixat evolucionar fins que la geometria de la zona d'extracció s'ha suavitzat de tal manera que el ritme d'erosió i sedimentació ha disminuït significativament. Aquest fet s'ha produït a l'instant de temps 193s.

El problema s'ha discretitzat inicialment per mitjà de 31031 nodes i 82769 elements triangulars lineals.

### 5.8.3 – Discussió de resultats

L'evolució del present cas es pot observar en l'annex 8.

El flux de fluid té un comportament bastant estacionari. El flux té dues zones clarament diferenciades (veure figura 5.8.2). Per una banda, hi ha el flux general del canal, el qual transcorre d'esquerre a dreta sense veure's significativament afectat per la zona on hi ha l'extracció de sediment. Per altra banda, en la zona on hi ha l'extracció de sediment es crea un flux rotatori en sentit horari induït per les forces viscoses degudes al flux general del canal. Tal com es pot observar en la mateixa figura 5.8.2, la interacció entre els dos fluxos de fluid és relativament petita pel que fa a la transferència de fluid.

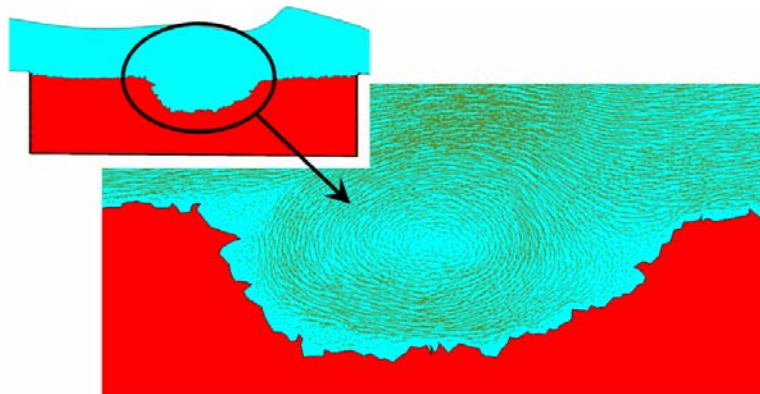


Figura 5.8.2. Camp de velocitats del fluid en la zona d'extracció de sediment.

L'evolució de la fosa on s'ha realitzat l'extracció de sediment es comporta segons el següent esquema:

1. En el talús aigües avall de l'extracció, el fluid descendeix pel talús, per tant, degut al paràmetre de pendent del model d'erosió, aquesta és relativament gran. A més el fluid transporta el sediment cap a la part baixa de la fosa.
2. En el talús aigües amunt de l'extracció, el pendent del talús i el fluid tenen sentits oposats, per tant, el ritme d'erosió és molt lent. Addicionalment, en aquesta zona hi arriba el sediment erosionat al talús d'aigües avall, i per tant, hi ha una certa tendència a l'acumulació de nou sediment.

3. En la solera de la fosa, rep sediment erosionat en el talús situat aigües avall de la fosa, per tant, tal com era d'esperar, s'hi produeix una certa sedimentació.

Les afirmacions dels paràgrafs anteriors es poden comprovar en les figures 5.8.1 i 5.8.2, on s'observen, respectivament, el perfil de sediment al final de la simulació en comparació a la situació inicial, i el camp de velocitats del fluid en la zona de l'extracció de sediment.

Per altra banda, també cal constatar que el sediment erosionat en la part del canal situada aigües amunt de l'extracció de sediment no queda atrapat a la fosa. El fet anterior és degut a que la relació entre el cabal unitari i l'amplada de la fosa és massa alta per tal que es produeixi la caiguda de partícules erosionades a la fosa.

Una vegada més, cal constatar que la no consideració de l'estabilitat dels talussos formats és una font important d'error respecte al problema real. En concret, en el present cas, el talús que hauria d'haver col·lapsat amb més influència al desenvolupament del problema és la part superior del talús aigües amunt de l'extracció.

## **5.9 – EROSIÓ PRODUÏDA PER UN RAIG D'AIGUA SUBMERGIT**

### **5.9.1 – Introducció**

L'objectiu del present cas és estudiar l'efecte d'un jet d'aigua submergit sobre un llit de sediment erosionable (veure figura 5.9.1).

Els resultats obtinguts numèricament en el present cas es comparen amb els resultats experimentals obtinguts en el treball de Moncada i Aguirre [14]. Per tal de facilitar la comparació de resultats, l'article mencionat s'ha reproduït íntegrament a l'annex 10.

En el mencionat treball es realitzaren un sèrie d'experiments per estudiar la influència de diferents paràmetres en l'evolució del problema. En concret, els paràmetres estudiats fan referència al material erosionable utilitzat i a les característiques geomètriques del model. En les simulacions realitzades numèricament, s'estudia si la influència d'algun d'aquests paràmetres geomètrics és semblant a la influència del model experimental. Un experiment semblant és el realitzat per Hopfinger i Kurniawan [8].

### 5.9.2 – Descripció del model

La modelització numèrica dels experiments realitzats en Moncada i Aguirre[14] s'ha intentat fer amb una aproximació al màxim de fidel a la realitat, no obstant, entre el model experimental i el model numèric s'ha cregut oportú incorporar unes petites diferències que minimitzen enormement el cost computacional de la simulació i no tenen un efecte significatiu a l'evolució del mateix.

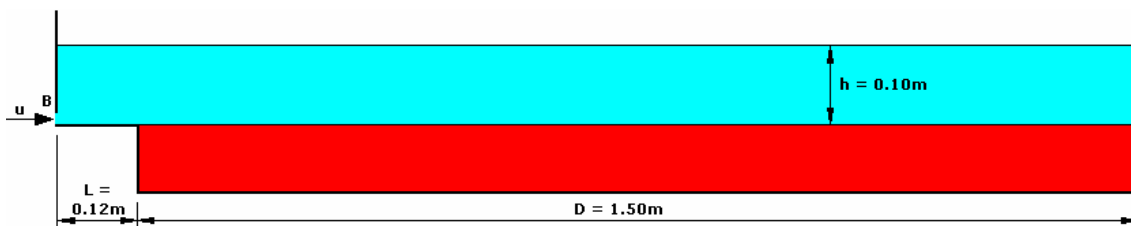


Figura 5.9.1. Esquema del model utilitzat.

En Moncada i Aguirre [14] es realitzen els experiments en una canal prismàtic rectangular de 8m de longitud. El canal té solera horitzontal. El canal té un primer tram amb solera no erosionable. Aquest tram té una longitud ( $L$ ) variable entre 0.12m i 0.26m.

El segon tram del canal és erosionable. La capa de material erosionable té una espessor de 15cm i s'empren dos tipus de material granular diferents.

A l'extrem aigües amunt del canal s'hi introdueix un raig d'aigua. L'entrada d'aigua ocupa una franja al llarg de tota l'amplada del canal. L'alçada d'aquesta franja ( $B$ ) pot variar entre 0.5cm i 3.5cm. La velocitat d'entrada de fluid al canal també és variable en funció de l'experiment. Aquesta pot variar entre 0.89m/s i 1.89m/s.

Tenint en compte totes les consideracions anteriors, és té un cas bidimensional, ja que tant la geometria com les propietats materials i les condicions de contorn es mantenen constants al llarg de la tercera dimensió.

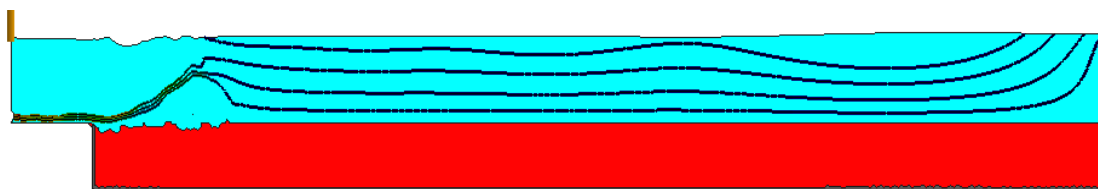


Figura 5.9.2. Línies de corrent en el canal

En el model utilitzat en el programa *Pflow*, s'ha emprat un canal de 1.5m en comptes de 8m. Aquest canvi redueix a més de la cinquena part el nombre de nodes i elements necessaris per a discretitzar el problema, i consegüentment, la disminució del cost computacional també és extremadament significativa.

Per tal de verificar que la hipòtesi anterior no afecta molt significativament el comportament del problema, almenys en les etapes inicials de l'evolució, la figura 5.9.2 mostra que les línies de corrent del fluid es comporten de manera independent de la zona on es produeix la màxima erosió.

Una altra de les diferències entre el cas experimental i el numèric és que en el segon cas la capa de material erosionable té una espessor de 10cm en comptes de 15cm. Aquest fet és independent de l'evolució del problema, ja que en cap cas s'erosiona tota la profunditat de sediment. Tanmateix, aquesta diferència serveix per reduir la quantitat de nodes i elements de la malla.

Adicionalment, per assegurar que l'entrada d'aigua sigui un resalt completament anegat, s'imposa a la sortida aigües avall del canal una paret impermeable d'alçada 0.10m.

En referència a la discretització del model, per tal que l'entrada de fluid al domini del problema es produeixi sense problemes, el contorn d'entrada de fluid ha de tenir un mínim de 4 elements. Aquest fet condiciona enormement la discretització del problema, ja que per aconseguir els 4 elements al contorn d'entrada de longitud 0.02m, el tamany mig dels elements ha de ser de 0.05m. Haver d'utilitzar una malla uniforme d'aquest tamany causa que el nombre de nodes i elements del domini complet hagi de ser molt gran. En concret, el problema s'ha discretitzat inicialment per mitjà de 25020 nodes i 49087 elements triangulars lineals.

Pel que fa a les característiques geomètriques del cas, s'han reproduït alguns dels experiments de Moncada i Aguirre [14] amb  $L = 12\text{cm}$ , i sempre amb el mateix tipus de sediment. El fet de no variar el tipus de sediment permet no haver de tenir que calibrar els paràmetres que controlen el fenomen de transport de sediment per a cada tipus de material. S'ha pres sempre una obertura a l'entrada de fluid de  $B = 2\text{m}$ . La diferència entre les distintes simulacions realitzades és la velocitat d'entrada d'aigua al canal. Aquestes velocitats són  $v = 0.60\text{m/s}$ ,  $0.85\text{m/s}$ ,  $1.15\text{m/s}$  i  $1.45\text{m/s}$ .

### 5.9.3 – Discussió de resultats

Els casos descrits en l'apartat anterior s'han deixat evolucionar fins que l'erosió ha arribat en un cas estacionari. A l'estat estacionari s'hi arriba a partir de la combinació de dos fenòmens. El primer es produeix quan el ritme d'erosió de sediment és igual al ritme de sedimentació. El segon fenomen es produeix quan el flux d'aigua no té prou energia cinètica per iniciar el moviment de les partícules de sediment.

A l'annex 9 hi ha una successió de figures corresponents a l'evolució del cas amb  $v = 1.15\text{m/s}$ . En aquestes figures s'hi observa que en la primera part de solera erosionable s'hi forma un solc que creix en profunditat i amplada. Aquest creixement cada cop és més lent fins que s'arriba a l'estat estacionari. Aigües avall d'aquesta zona d'erosió, s'hi forma una petita acumulació de sediment. La mencionada acumulació va reduint la seva alçada màxima a mesura que transcorre el temps, no obstant, la forma d'acumulació es manté.



La figura 5.9.3 mostra l'evolució de la profunditat de la zona on hi ha la màxima erosió. Tal com s'observa a la figura, el sistema tendeix cap a un estat estacionari. Com més gran és la velocitat d'entrada de fluid més gran és la profunditat màxima d'erosió i més gran és l'interval de temps necessari per tal d'arribar a l'equilibri. En concret, en el cas de  $v = 0.60\text{m/s}$  sembla que no s'arriba a l'equilibri en l'interval de temps estudiat.

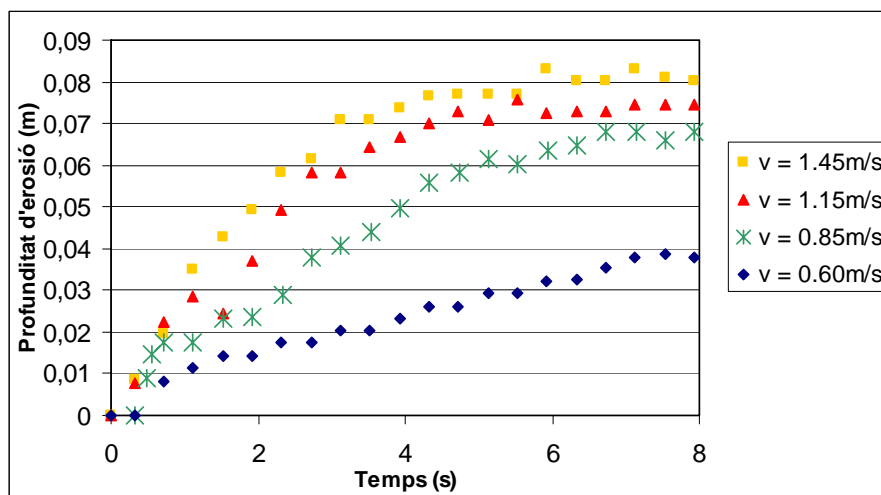


Figura 5.9.3. Evolució de la profunditat màxima d'erosió en funció de la velocitat d'entrada de fluid ( $v$ ).

A partir de la figura anterior és immediat obtenir la relació entre la profunditat màxima d'erosió en estat estacionari i la velocitat d'entrada de fluid. Aquesta relació es mostra a la figura 5.9.4. Tal com s'observa a la figura, per a les tres velocitats més grans, hi ha una relació aproximadament lineal. Per altra banda, per a  $v = 0.60\text{m/s}$  no s'ha arribat a l'estat estacionari i, per tant, el valor de profunditat d'erosió està infravalorat i no es poden fer comentaris concloents del seu comportament en l'estat estacionari.

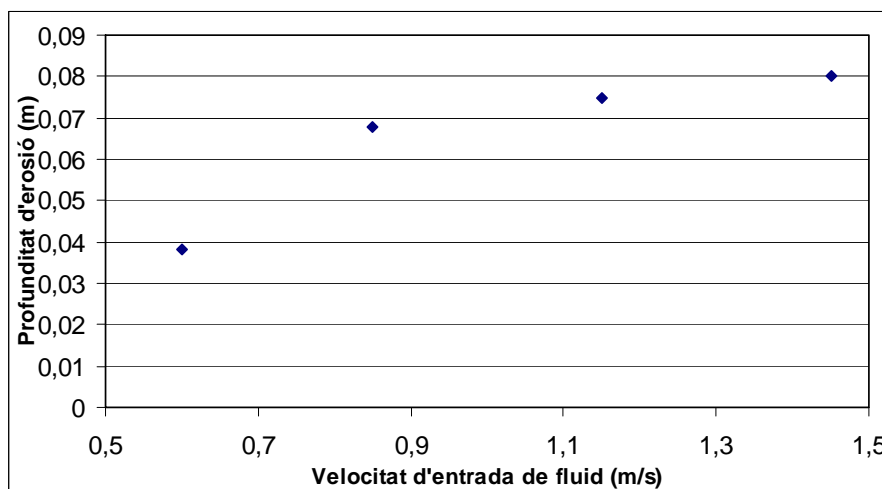


Figura 5.9.4. Relació entre la profunditat d'erosió màxima i la velocitat d'entrada de fluid ( $v$ ).

Molts dels comentaris anteriors coincideixen de manera qualitativa amb els resultats obtinguts experimentalment a Moncada i Aguirre [14].

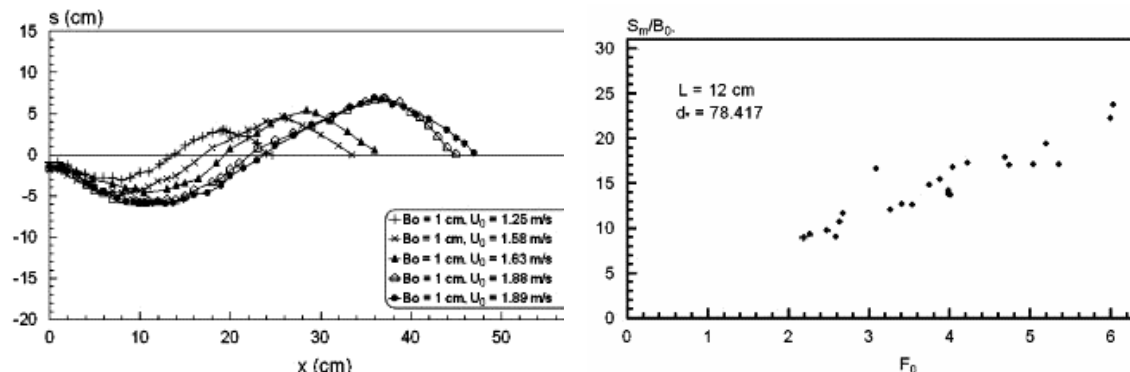


Figura 5.9.5. Resultats experimentals obtinguts a Moncada i Aguirre [14]. Esquerre: perfil del sediment del canal per a diferents velocitats d'entrada de fluid. Dreta: profunditat d'erosió estacionaria en funció de la velocitat d'entrada de fluid (adimensional). (imatges extretes de [14]).

La principal semblança entre els resultats experimentals (veure figura 5.9.5) i els obtinguts numèricament és la formació d'una zona d'erosió a la part inicial del tram de canal erosionable, i en els dos casos la profunditat d'erosió tendeix a establitzar-se a mesura que avança el temps.

Immediatament aigües avall del solc d'erosió, en els resultats de Moncada i Aguirre [14] s'hi observa una important acumulació de sediment, el qual està en tots els casos per sobre el nivell inicial de sediment. Si bé en els resultats obtinguts en la present tesina també representen una acumulació de sediment, aquesta és clarament inferior a la dels resultats experimentals.

El fet anterior mostra, una vegada més, que el model de sedimentació infravalora el volum sedimentat que es produeix a la realitat.

Finalment, la relació entre la profunditat màxima d'erosió en estat estacionari i la velocitat d'entrada de sediment és lineal segons Moncada i Aguirre [14] (veure figura 5.9.5), tal com ja s'ha exposat, aquesta constatació també s'ha pogut fer pels resultats obtinguts numèricament.

No obstant als comentaris anteriors, no tot són similituds. En el treball de Moncada i Aguirre [14] es troben algunes relacions entre altres paràmetres que defineixen el perfil erosionat i la velocitat d'entrada de fluid al canal. En els resultats obtinguts numèricament, no s'ha trobat cap altre relació destacable.

## 5.10 – FLUX EN UN MEANDRE – 3D

### 5.10.1 – Introducció

En el present cas es pretén estudiar l'evolució d'un meandre d'un riu. En concret, s'estudia el comportament de fluid i de sediment en una alineació circular amb la solera erosionable.

L'evolució de les alineacions corbes d'un riu tenen dos graus de llibertat (figura 5.10.1). Un correspon a l'evolució en planta. Els meandres, degut al procés erosiu, amplifiquen la seva sinuositat i, alhora desplacen les corbes en direcció aigües avall del riu. El segon grau de llibertat correspon a l'evolució dels perfils transversals. Es formen perfils asimètrics amb erosió a la part exterior a la corba i sedimentació a la part interior de la mateixa.

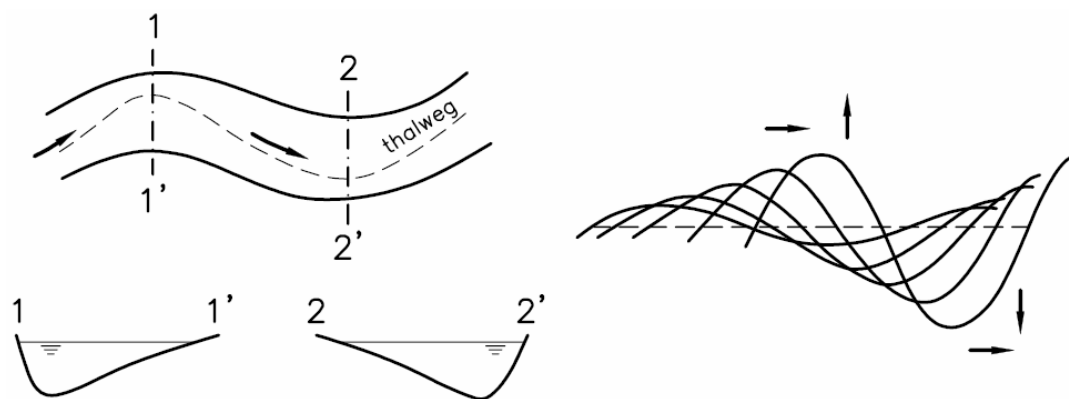


Figura 5.10.1. Planta i seccions transversals d'un riu meandriforme (esquerra), evolució dels meandres (dreta). (Imatge extreta de Martin Vide [13])

Estrictament, en el present cas no podríem parlar de meandre, donat que no es considera tota la secció erosionable, les parets laterals són fixes. I conseqüentment, no es pot estudiar l'evolució del meandre en totes les seves dimensions. Tanmateix, aquesta simplificació és extremadament útil ja que limita el temps de simulació necessària per obtenir resultats.

### 5.10.2 – Descripció del model

En aquest cas, no es pot fer una bidimensionalització del problema, per tant, és necessari estudiar el cas de manera tridimensional, amb l'increment de cost de computació que suposa respecte dels casos estudiats fins al moment.

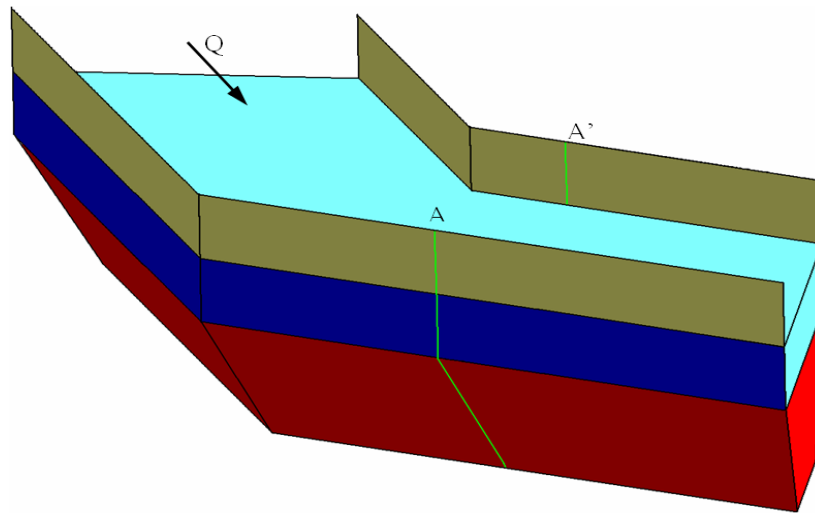


Figura 5.10.2. Model de meandre estudiat amb la secció A-A' senyalitzada.

La intenció del cas és estudiar un meandre, els quals tenen un traçat curvilini. Per tal de simplificar la geometria del problema es considera un traçat poligonal de 2 trams. Entre l'alineació d'entrada de fluid al canal i l'alineació de sortida de fluid, hi ha una rotació de  $90^\circ$  (veure figura 5.10.2).

La discretització del problema s'ha realitzat mitjançant 120000 nodes i 150000 elements tetraèdrics.

En la entrada aigües amunt del canal s'hi introdueix un cabal ( $Q$ ) constant de  $84\text{m}^3/\text{s}$ .

### 5.10.3 – Discussió de resultats

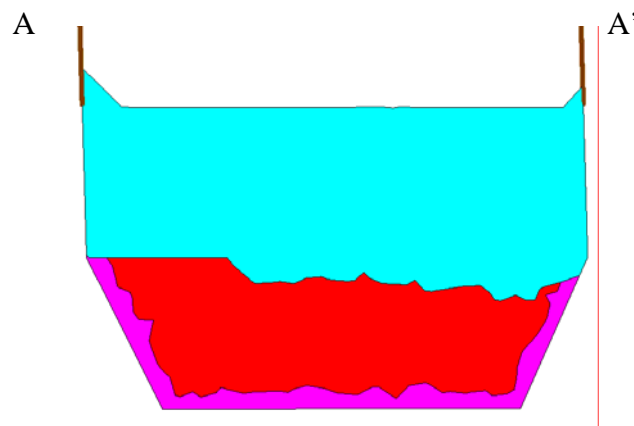


Figura 5.10.3. Secció A-A', on s'observa l'erosió a la part interior de la corba.

L'erosió en el model d'estudi (veure figura 5.10.3) es produeix en la part interna de la corba, tal com preveu la teoria (veure figura 5.10.4).

Adicionalment, la làmina lliure de fluid té un pendent transversal degut a la força centrífuga a que es sotmet el fluid en el canvi d'alineació. Lògicament, el sentit del pendent és d'elevació a la part exterior de la corba i de depressió a la part interior.

Per altra banda, no s'ha aconseguit observar el moviment helicoidal del flux al llarg del meandre. Aquest fet és degut a dos factors. Primerament, la longitud del canal és massa curta en relació al cabal ( $Q$ ) per desenvolupar el moviment helicoidal. Per altre banda, el temps de simulació és massa curt. Segurament, el moviment helicoidal es podria notar incrementant a canvi d'augmentar el cost computacional de la simulació.

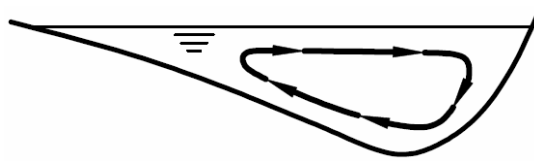


Figura 5.10.4. Secció i velocitat transversal en el punt de màxima curvatura d'un meandre. (Imatge extreta de Martin-Vide [13])

En el present cas s'ha manifestat molt clarament la sensibilitat del paràmetre llindar d'acumulació d'energia d'erosió corresponent a l'àbac de Shields. Si el mencionat paràmetre és molt proper a un cert valor, no s'acumula energia d'erosió en cap dels punts de la superfície de sediment. Altrament, a partir d'un cert valor del paràmetre molt proper a l'anterior, el procés d'erosió es produeix extraordinàriament ràpid, i els resultats obtinguts són igualment irrelevants.

En casos tridimensionals encara es produeixen alguns problemes en la pressió, la qual cosa produeix explosions en el fluid. Disminuint el pas de temps (i augmentant el cost computacional) sembla que aquest problema es suavitza i es produeix en menor freqüència. Però és un tema que s'ha de solucionar abans de realitzar simulacions completes de problemes tridimensionals.

## CAPÍTOL 6

# CONCLUSIONS I RECERCA FUTURA

### 6.1 – CONCLUSIONS

A partir del treball efectuat en l'elaboració de la present tesina es conclou que, el model d'erosió, transport i sedimentació desenvolupat, és una possible eina molt potent per a estudiar els problemes d'interacció entre fluid i sediment.

Els resultats obtinguts en el capítol 5 mostren que el model utilitzat per simular els processos d'interacció entre fluid i sediment donen bons resultats, i que qualitativament s'obtenen resultats semblants als que es poden obtenir experimentalment o els que prediu el coneixement teòric.

Tanmateix, el model d'erosió, transport i sedimentació desenvolupat i estudiat en la present tesina té alguns defectes. Aquestes mancances del model podrien provocar l'obtenció de mals resultats en el cas que es volgués comparar els resultats obtinguts mitjançant el *Pflow* amb els resultats obtinguts experimentalment.

Les principals limitacions són:

#### 1. Estabilitat.

En determinades situacions, l'erosió produeix que la pendent de la superfície de sediment estigui molt per sobre del pendent d'equilibri normal per materials granulars.

Al món real, quan l'erosió descalça una zona, el sediment que hi ha a la part superior d'aquest es desprèn, i descendeix fins al peu de la zona descalçada.

En el *Pflow*, no es reproduïx aquest fenomen, i en alguns exemples del capítol 5, s'observa que el resultat obtingut numèricament es desvia del resultat experimental com a conseqüència d'aquest fet.

#### 2. Infravaloració de la sedimentació.

En els diferents casos estudiats al capítol 5 s'observa que la massa de material sedimentat en relació a la quantitat de material erosionat és inferior al que preveu la teoria i l'experimentació.

No obstant, si l'objectiu és fer un anàlisi qualitatiu de la sedimentació, llavors els resultats de sedimentació del *Pflow* es poden considerar bons,

ja que els resultats numèrics produeixen sedimentació de material als mateixos llocs que prediu l'experimentació.

### 3. *Moviment lliure dels nodes de material erosionat.*

Des d'un punt de vista més teòric, el model de transport de sediment té un problema que, en determinades ocasions, provoca un augment molt important del cost computacional.

Dos nodes de sediment erosionat es mouen lliurement segons les equacions que governen el problema. Si així ho determina el problema, dos (o més) nodes de sediment es poden acostar entre si sense límits. Quan això passa, el pas de temps de càlcul disminueix per tal que no s'inverteixin els elements (triangles o tetràedres), la qual cosa incrementa molt significativament el cost computacional de la simulació.

En el cas dels nodes de fluid (no de sediment erosionat) aquest problema no es dona, doncs quan dos nodes s'apropen excessivament, un dels dos nodes es fa desaparèixer i a l'altre se li reajusten les propietats.

Per altra banda, a partir del treball desenvolupat al capítol 4 (validació del PFEM) també es pot extreure la següent conclusió: el PFEM, des del punt de vista energètic, és una formulació de resolució de les equacions de Navier-Stokes excessivament dissipativa. La magnitud d'aquesta dissipació d'energia depèn de l'escala espacial del problema que s'intenta resoldre. En el cas de la propagació d'onatge en un canal, es produeix una forta dissipació de les ones si s'estudia la propagació en una zona de centenars de metres de longitud. En canvi si s'estudien ones amb una longitud d'ona un ordre de magnitud inferior i en un tram de desenes de metres, la dissipació de l'alçada d'ona és pràcticament negligible.

## 6.2 – *RECERCA FUTURA*

A partir dels resultats obtinguts al capítol 5 i de les conclusions que se n'han extret és evident que encara s'ha de realitzar molta feina en relació als problemes en que hi ha una interacció entre fluid i sediment.

Tot seguit es mencionen algunes facetes del model erosió, transport, sedimentació que s'haurien de millorar segons el meu punt de vista. Les futures línies de treball proposades es poden classificar en dues categories. En la primera categoria s'hi engloben les limitacions del model actual, les quals han estat mencionades en l'apartat de conclusions. En l'altra categoria s'hi troben les millores del model que farien que aquest es pogués aplicar a un ventall més ampli de situacions.

Així, les millores més immediates a realitzar al model actual són:

### 1. *Estabilitat natural del sediment.*

Tal com s'ha comentat, en determinades situacions, el model d'erosió emprat en el *Pflow*, produeix que la pendent de la superfície de sediment estigui molt per sobre del pendent d'equilibri normal per materials granulars.

La consideració de l'estabilitat del sediment es podria modelar de tal manera que, tots els nodes causants del no compliment de la condició d'equilibri, es transformen en nodes erosionats, els quals, a causa de la gravetat, descendiran cap al peu de la zona descalçada.

## 2. Calibració de paràmetres.

En el capítol 5, s'ha comentat que l'objectiu del mateix és comparar de manera qualitativa els resultats obtinguts numèricament amb el coneixement experimental i teòric sobre el fenomen d'interacció entre fluid i sediment.

El següent pas a fer en relació a la comparació de resultats numèrics i experimentals és la comparació quantitativa. Lògicament, per tal de realitzar-la és necessari calibrar els paràmetres que intervenen en el procés d'erosió, transport i sedimentació.

Per altra banda, les incorporacions que, al meu entendre, ampliarien l'aplicabilitat del model són:

### 1. Entrada d'aigua amb sediment.

La majoria dels casos estudiats en la present tesina representen situacions en que hi ha una entrada d'aigua neta. És a dir, l'entrada de fluid només introdueix aigua sense sediment.

Existeixen un nombre elevat d'estudis experimentals en que l'entrada de fluid es realitza amb aigua barrejada amb sediment. El fet que el *Pflow* pogués simular aquestes situacions ampliaria enormement el nombre de casos experimentals per comparar-los amb les seves simulacions numèriques.

La implementació d'aquesta millora al *Pflow* és pràcticament immediata. Només es tracta de donar les propietats adequades als nodes introduïts a l'entrada de fluid, els quals, consegüentment, es comportarien de la mateixa manera que els nodes erosionats. Els nodes introduïts amb les propietats modificades podrien ser la totalitat de nodes introduïts al domini d'estudi o en podrien ser una part.

### 2. Sediment cohesiu.

Tal com s'ha comentat en varies ocasions, el model desenvolupat en la present tesina només és vàlid en el cas que el sediment sigui un material no cohesiu.

Per tal de considerar que el sediment sigui un material cohesiu s'haurien de canviar alguns criteris del model d'erosió, transport i sedimentació. Per exemple, el criteri de Shields per l'erosió no seria vàlid i, en el cas dels materials argilosos, també s'hauria de tenir en compte la floculació.



# CAPÍTOL 7

## REFERÈNCIES

### 7.1 – REFERÈNCIES

- [1] Andreatta, A.; Bateman, A; et al. *Estudio experimental en lecho vivo del efecto de un sistema de traviesas en la estabilización de un cauce de gran pendiente.*
- [2] Bateman, A.; Martín Vide, J.P.; et al. *Estudio experimental de la erosión local al pie de una traviessa.* XVII Congreso Latinoamericano de hidráulica (Guayaquil), vol. 4, pp. 387-394. 1996.
- [3] Capart, H; Young, D.L. *Formation of a jump by the dam-break wave over a granular bed.* Journal of Fluid Mechanics. Num. 372, pp. 165-187. 1998.
- [4] Cid Solé, J. *Estudio experimental de la influencia del estrato rocoso en la forma del foso de erosión producida por un jet en salto de esquí.* Tesina d'especialitat, ETSECCPB. 2006.
- [5] Donea, J; Huerta, A. *Finite Element Method for flow problems.* J. Wiley. 2003.
- [6] Edelsbrunner, H; Mucke, E.P. *Three dimensional alpha shapes.* ACM Trans. Graphics 13:43-72. 1999.
- [7] Garcia, J.; Oñate, E. *An unstructured finite element solver for ship hydrodynamic problems.* J. Appl. Mech. 70:18-26. 2003.
- [8] Hopfinger, E.J.; Kurniawan, A. *Sediment erosion by Görtler vortices: the scour-hole problem.* J. Fluid Mech. Vol. 520, pp. 327–342. 2004.
- [9] Idelsohn, S.R.; Oñate, E.; Del Pin, F.; Calvo, N. *Lagrangian formulation: the only way to solve some free-surface fluid mechanics problems.* Fifth World Congress on Computational Mechanics, Mang HA, Rammerstorfer FG, Eberhardsteiner J (eds), July 7-12, Viena, Austria. 2002.
- [10] Idelsohn S.R.; Oñate, E.; Calvo, N.; Del Pin F. *The meshless finite element method.* Int. J. Num. Meth. Eng. 58(6):893-912. 2003.
- [11] Idelsohn, S.R.; Oñate, E; Del Pin, F. *A lagrangian meshless finite element method applied to fluid-structure interaction problems.* Computer and Structures. 81:655-671. 2003.

- [12] Kovacs, A.; Parker, G. *A new vectorial bedload formulation and its application to the time evolution of straight river channels*. J Fluid Mech 267:153–183. 1994.
- [13] Martín Vide, J.P. *Ingeniería de ríos*, Edicions UPC, Barcelona. 2002.
- [14] Moncada, Alix; Aguirre, Julián. *Erosion by a two-dimensional horizontal jet on a movable bed downstream of a fixed bed*. Universidad de los Andes, Venezuela. 2004.
- [15] Nagata, N; Hosoda, T; et al. *Three-Dimensional Numerical Model for Flow and Bed Deformation around River Hydraulic Structures*. Journal of Hydraulic Engineering. ASCE, pp 1075-1087. 2005.
- [16] Oñate, E; Celigueta, M.A.; Idelsohn, S.R. *Modeling bed erosion in free surface flows by the Particle Finite Element Method*. 2006.
- [17] Oñate, E. *Derivation of stabilized equations for advective-diffusive transport and fluid flow problems*. Comput. Meth. Appl. Mech. Eng. 151:233-267. 1998.
- [18] Oñate, E. *A stabilized finite element method for incompressible viscous flows using a finite increment calculus formulation*. Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. 182(1-2):355-281. 2000.
- [19] Oñate, E.; Garcia, J. *A finite element method for fluid-structure interaction with surface waves using a finite calculus formulation*. Comput. Meth. Appl. Mech. Eng. 191:635-660. 2001.
- [20] Oñate, E.; Idelsohn, S.R.; Del Pin, F. *Lagrangian formulation for incompressible fluids using finite calculus and the finite element method*. Numerical Methods for Scientific Computing Variational Problems and Applications. Y Kuznetsov, P Neittanmaki, O Pironneau (Eds), CIMNE, Barcelona. 2003.
- [21] Phillips, B.C.; Sutherland, A.J. *Spatial lag effects in bed load sediment transport*. J Hydr Res 24(1):45–56. 1989.
- [22] Rahuel, J.L.; Holly, F.M.; Belleudy, P.J.; Yang, G. *Modeling of riverbed evolution for bedload sediment mixtures*. J Hydr Engrg ASCE 115(1):1521–1542. 1989.
- [23] Spinewine B; Zech, Y. *Experimental dam-break waves on movable bed: results and model comparisons from the IMPACT “flat bed” benchmark*. In EC Contract EVG1-CT-2001-00037 IMPACT Investigation of Extreme Flood Processes and Uncertainty, Proceedings 3rd Project Workshop, Louvain-la-Neuve. 2003.
- [24] Spinewine B; Zech, Y. *Dam-break waves on a movable bed: a test case exploring different bed materials and an initial bed discontinuity*. In EC Contract EVG1-CT-2001- 00037 IMPACT Investigation of Extreme Flood Processes and Uncertainty, Proceedings 4<sup>th</sup> Project Workshop, Zaragoza, 2004.
- [25] Spinewine, B; Zech, Y. *The stepped dam-break test case: results from the IMPACT benchmark*.
- [26] Struiksmma, N.; Olesen, K.W.; Flokstra, C.; Vriend, H.J. *Bed deformation in curved alluvial channels*. J Hydr Res 23:57–79, Delft. 1985.

- [27] van Rijn, L.C. *Sediment transport. Part III: bed forms and alluvial roughness*. J Hydr Engrg ASCE 110(12):1733–1754. 1984.
- [28] van Rijn, L.C. *Mathematical modeling of suspended sediment in nonuniform flow*. J Hydr Eng ASCE 112(6):433–455. 1986.
- [29] Vischer, D.L.; Hager, W.H. *Dam Hydraulics*. John Wiley & sons. Southampton. 1997.
- [30] Visser, P.J. *Breach Growth in Sand-Dikes*. Tesis doctoral, TU Delft. 1998.
- [31] Wu, W.; Rodi, W.; Wenka, T. *Three-dimensional calculation of river flow*. Proceedings of 27th IAHR congress, international association for hydraulic research, Delft. 1997.
- [32] Yen, C.L.; Lai, J.S.; Chang, W.Y. *Modeling of 3D Flow and Scouring around Circular Piers*. Proc. Natl. Sci. Counc. Vol.25. nº 1. 2001.
- [33] Zienkiewics O.C.; Taylor, R.L.; Nithiarasu, P. *The finite element method for fluid dynamics*. Elsevier. 2006.
- [34] Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L. *The finite element method for solid and structural mechanics*. Elsevier. 2005.
- [35] Zhu, Yonghui. *Breach Growth in Clay-Dikes*. Tesis doctoral. TU Delft. 2006.

## 7.2 – PROGRAMARI EMPRAT

- [P1] GiD. *The personal pre/postprocessor*. [www.gidhome.com](http://www.gidhome.com). CIMNE, Barcelona. 2006.
- [P2] Pflow (fSUITE). CIMNE, Barcelona.

## ANNEXOS

Annex 1: Codi font de <i>Pflow</i> .....	81
Annex 2: Erosió al peu d'una travessa transversal .....	84
Annex 3: Erosió d'una presa de materials solts – situació 1 .....	87
Annex 4: Erosió d'una presa de materials solts – situació 2 .....	88
Annex 5: Caiguda d'un raig d'aigua .....	89
Annex 6: Trencament sobtat d'una presa – situació 1 .....	91
Annex 7: Trencament sobtat d'una presa – situació 2 .....	94
Annex 8: Extracció de sediment d'una llera .....	96
Annex 9: Erosió produïda per un raig d'aigua submergit .....	98
Annex 10: Article “ <i>Erosion by a two-dimensional horizontal jet on a movable bed dowsntream of a fixed bed</i> ” .....	100
Annex 11: Article “ <i>The stepped dam-break test case: results from the IMPACT benchmark</i> ” .....	107

## ANNEX 1: CODI FONT DE PFLOW

```

////////////////////////////////////
//////////////// MÒDUL D'EROSIÓ - TRANSPORT - SEDIMENTACIÓ //
////////////////////////////////////
//////////////// Versió 7 - 23 de maig de 2007 //
////////////////////////////////////

void GlobalSol::erosion(){

    array1<nodo> &n=M.n;
    array1<double> &volem=M.ve;
    double vpar;
    double vel_mod;
    double dist_sed;
    double dist_sed_min;
    int sed;
    short ve_sol;
    short ve_len;
    short ve_flu;
    double distan;

    //////////////////////////////////////
    // SEDIMENTACIÓ //////////////////////////////////////
    //////////////////////////////////////

    for(int i=0; i<n.len;i++){
        if(M.nn[i].len<=1) continue;
        ve_sol=0; //Veins de solid
        ve_len=0; //Veins a distància adequada per sedimentar
        ve_flu=0; //Veins de fluid
        if(n[i].erl>0){
            for(int j=0; j<=M.nn[i].len;j++){
                if(n[M.nn[i][j]].f.es(_solid_)){
                    ve_sol++;
                    distan=n[i].distancia(n[M.nn[i][j]]);
                    //Condició de conservació de volum:
                    if(distan<1.2*n[M.nn[i][j]].h && ...
                       distan>0.8*n[M.nn[i][j]].h) ve_len++;
                }
                else ve_flu++;
            }
            if(ve_sol>0) n[i].rho=1000; else n[i].rho=1500;
            if((ve_sol>=2 && ve_len==ve_sol) | (ve_sol>=2 && ve_flu<=1)){
                vel_mod=n[i].unm*n[i].unm;
                //Sedimentació si hi ha poca energia cinètica i ha
                transcorregut un interval de temps des de l'erosió:
                if(vel_mod<100 && dts.tiempo-n[i].erl>.05){
                    n[i].f.reset(n_traveller);
                    n[i].f.reset(_fluid_);
                    n[i].f.set(_solid_);
                    n[i].f.set(uimpuesta);
                    n[i].erl=0;
                }
            }
        }
    }
}

```

```

////////////////////////////////////
//  EROSIÓ DE NODES DE SEDIMENT AÏLLAT  //////////////////////////////////
////////////////////////////////////
short veins;
for(int i=0; i<n.len;i++){
    if(n[i].f.noes(_solid_) | n[i].v_erosion<0.0001) continue;
    veins=0; //Veins de sòlid del node "i"
    for(int j=0; j<M.nn[i].len; j++){
        if(n[M.nn[i][j]].f.es(_solid_)) veins++;
    }
    //Erosió:
    if(veins<2){
        n[i].f.reset(_solid_);
        n[i].f.reset(uimpuesta);
        n[i].f.set(_fluid_);
        n[i].f.set(n_traveller);
        n[i].f.set(n_permanente);
        n[i].v_erosion=0.0005;
        n[i].rho=1000;
        n[i].mu=0.001;
        n[i].erl=dts.tiempo;
    }
}

```

```

////////////////////////////////////
//  EROSIÓ GENERAL  //////////////////////////////////
////////////////////////////////////
for(int i=0; i<n.len;i++){
    if(n[i].f.noes(_solid_)) continue;
    if(n[i].ws==ssol.solist.len) continue;
    if(!ssol.solist[n[i].ws].erosionable) continue;
    if(n[i].f.es(_fin_)) continue;
    double vparmedia=0; int contpuntos=0;
    for(int j=0; j<M.nn[i].len; j++){
        if(n[M.nn[i][j]].f.noes(_fluid_)) continue;
        punto d=n[M.nn[i][j]]-n[i]; //vector entre "i" i "j"
        double dist_norm=fabs(n[i].normtowall*d); //distància entre
        "i" y "j" segons normtowall
        double vel_norm=n[M.nn[i][j]].unm*n[i].normtowall;
        //velocitat normal del fluid segons normtowall
        double vel_tan_2=n[M.nn[i][j]].unm.mod2()- ...
        vel_norm*vel_norm; //velocitat tangencial al quadrat
        double prod_mod=dts.grav.mod()*n[M.nn[i][j]].unm.mod();
        if(dist_norm && prod_mod)
            vpar=n[M.nn[i][j]].mu*vel_tan_2/(4*dist_norm)* ...
            (1+n[M.nn[i][j]].unm*dts.grav/prod_mod);
        else vpar=0;
        vparmedia+=vpar;
        contpuntos++;
    }
    //Volum erosionat:
    double vol_sedim=0; //volum de sediment que desapareix si
    desapareix el node "i"
    double vol_fluid=0; //volum de fluid al voltant del node "i";
    if(contpuntos){ //només interessa erosionar si hi ha sediment
        bool elem_erosionable;
        //Comprovar si l'element és erosionable
        for(int k=0; k<n[i].e.len; k++){

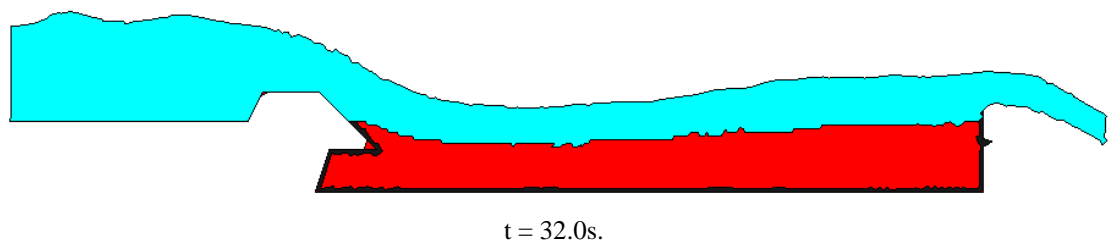
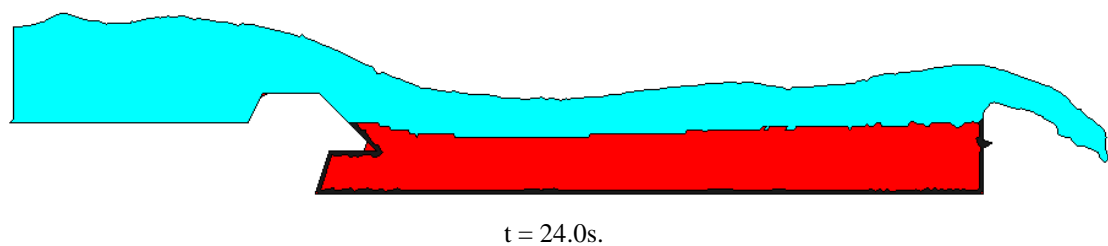
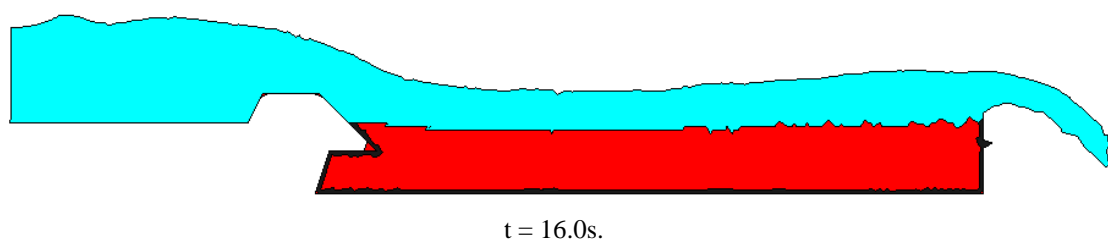
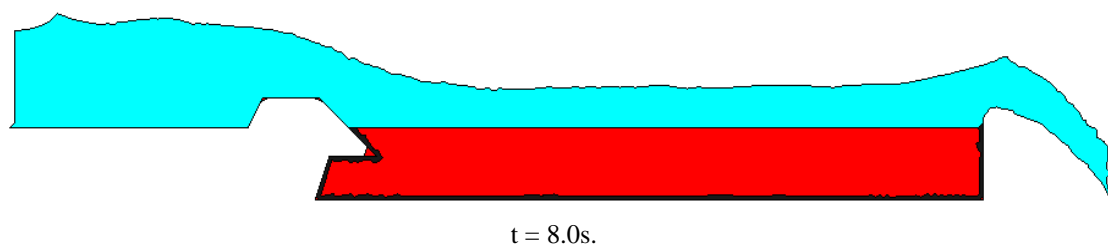
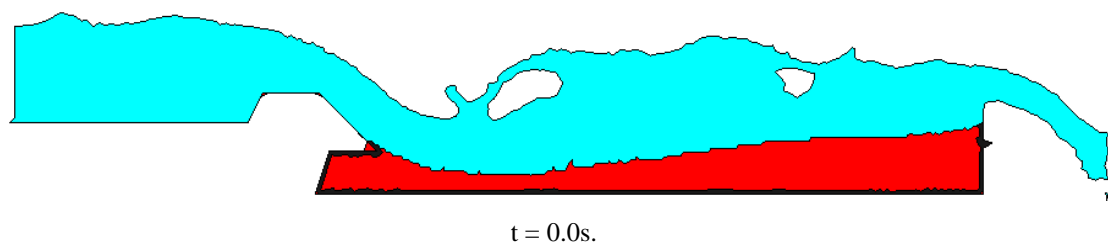
```

```

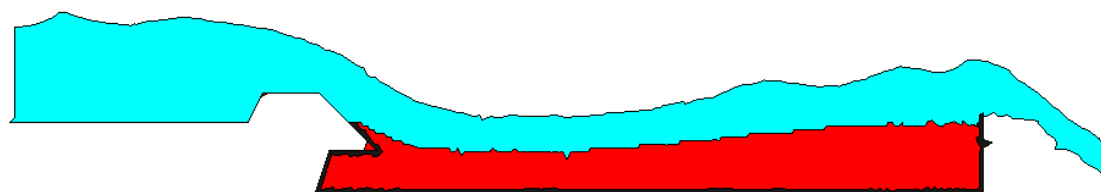
        elem_erosionable=true;
        for(int k2=0; k2<M.e[n[i].e[k]].nv();k2++){
            if(n[M.e[n[i].e[k]][k2]].f.noes(_solid_))
                elem_erosionable=false;
        }
        if(elem_erosionable) vol_sedim+=volelem[n[i].e[k]];
        if(!elem_erosionable) vol_fluid+=volelem[n[i].e[k]];
    }
}
if(contpuntos){
    vparmedia/=contpuntos; //Treball d'erosió promig
    if(vol_sedim){
        vparmedia=fabs(vparmedia*dts.dt/vol_sedim);
        if(vparmedia>0.05) n[i].v_erosion+=vparmedia; //Només
            s'acumula treball si aquest supera un cert llindar
    }
    //Erosió del node "i"
    if(n[i].v_erosion>=ssol.solist[n[i].ws].erosionparameter){
        n[i].f.reset(_solid_);
        n[i].f.reset(uimpuesta);
        n[i].f.set(_fluid_);
        n[i].f.set(n_traveller);
        n[i].f.set(n_permanente);
        n[i].v_erosion=0.001;
        n[i].rho=1000;
        n[i].mu=0.001;
        n[i].erl=dts.tiempo;
    }
}
}
}

```

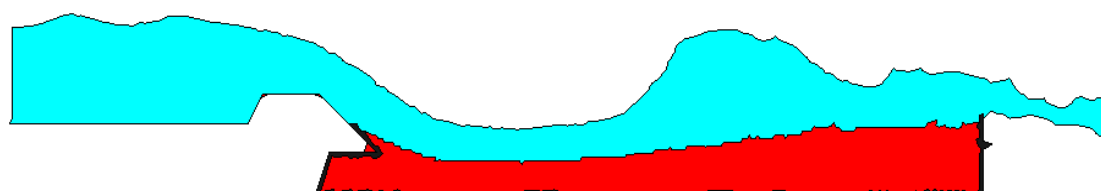
## ANNEX 2: EROSIÓ AL PEU D'UNA TRAVESSA TRANSVERSAL



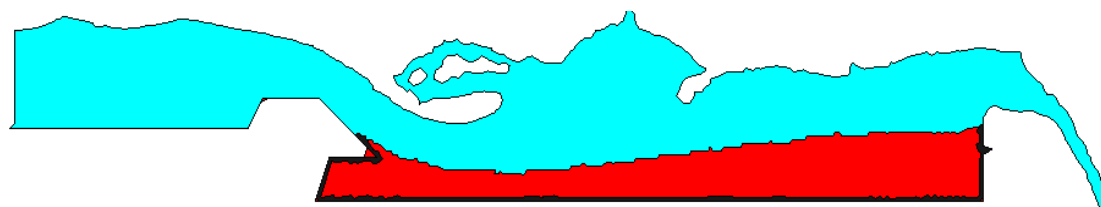




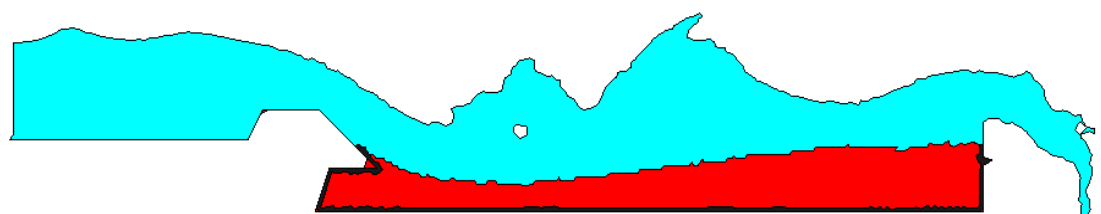
$t = 40.0s.$



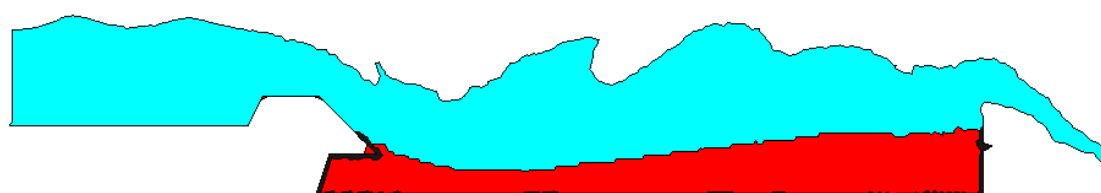
$t = 48.0s.$



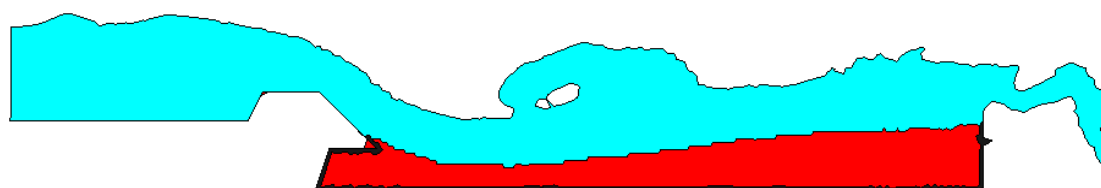
$t = 56.0s.$



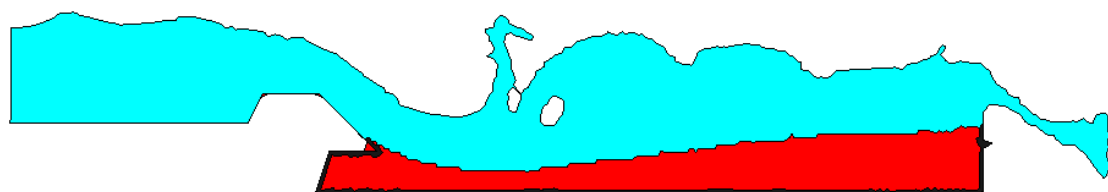
$t = 64.0s.$



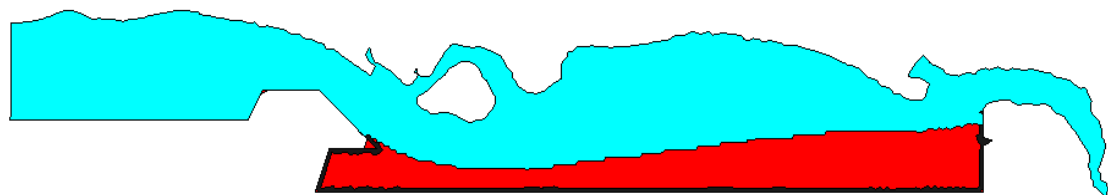
$t = 72.0s.$



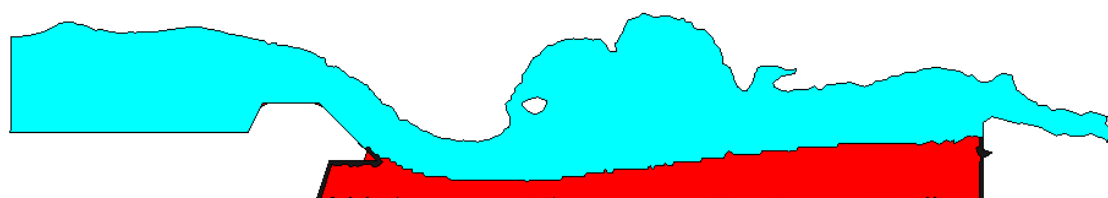
$t = 80.0s.$



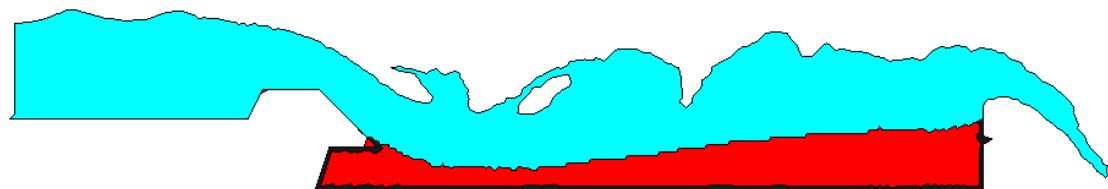
$t = 88.0s.$



$t = 96.0s.$

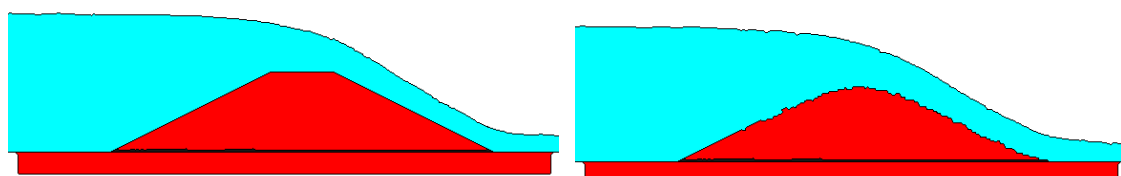


$t = 104.0s.$



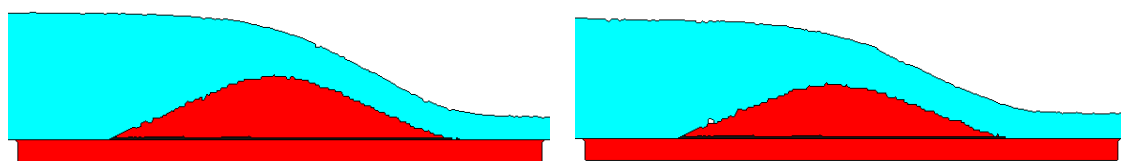
$t = 112.0s.$

## ANNEX 3: EROSIÓ D'UNA PRESA DE MATERIALS SOLTS – SITUACIÓ 1



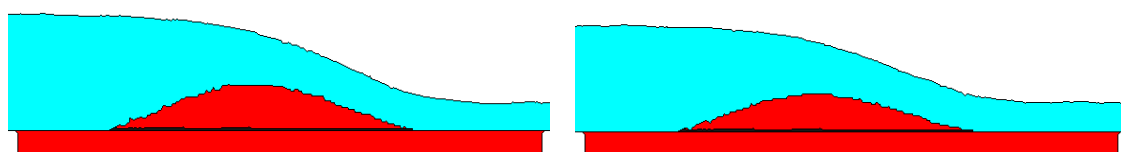
$t = 0.0s.$

$t = 14.0s.$



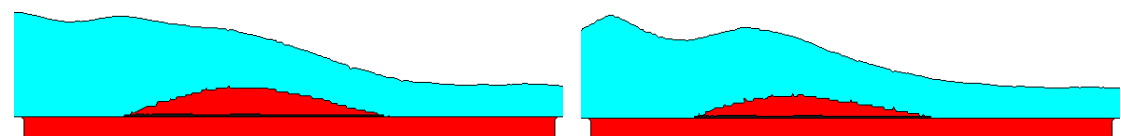
$t = 28.0s.$

$t = 42.0s.$



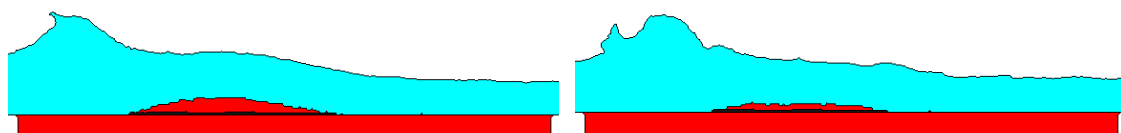
$t = 56.0s.$

$t = 70.0s.$



$t = 84.0s.$

$t = 98.0s.$



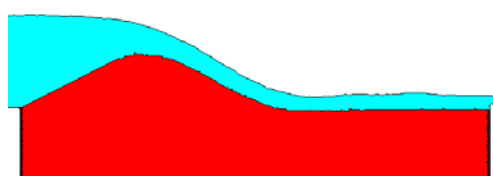
$t = 112.0s.$

$t = 126.0s.$

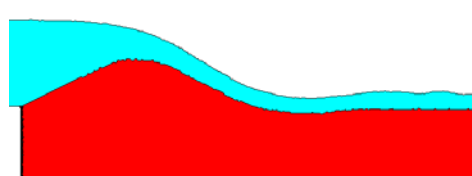


$t = 140.0s.$

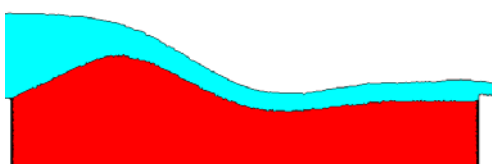
## ANNEX 4: EROSIÓ D'UNA PRESA DE MATERIALS SOLTS – SITUACIÓ 2



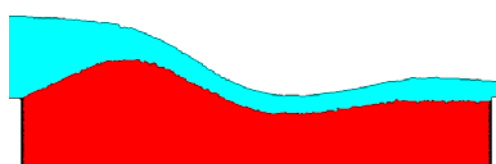
$t = 0.0s.$



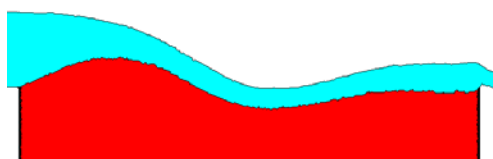
$t = 12.0s.$



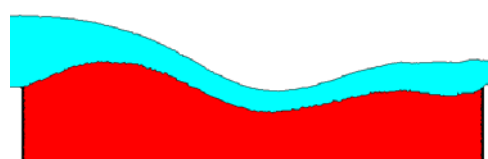
$t = 24.0s.$



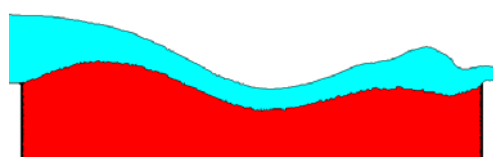
$t = 36.0s.$



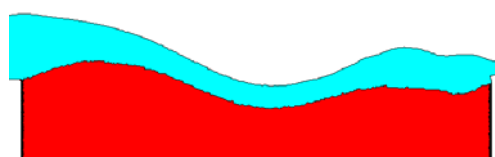
$t = 48.0s.$



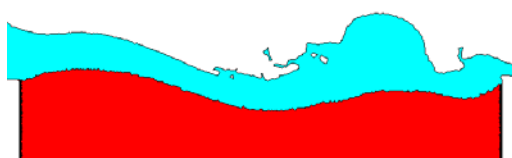
$t = 60.0s.$



$t = 72.0s.$



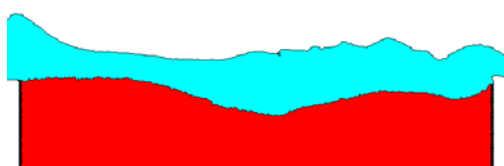
$t = 84.0s.$



$t = 96.0s.$

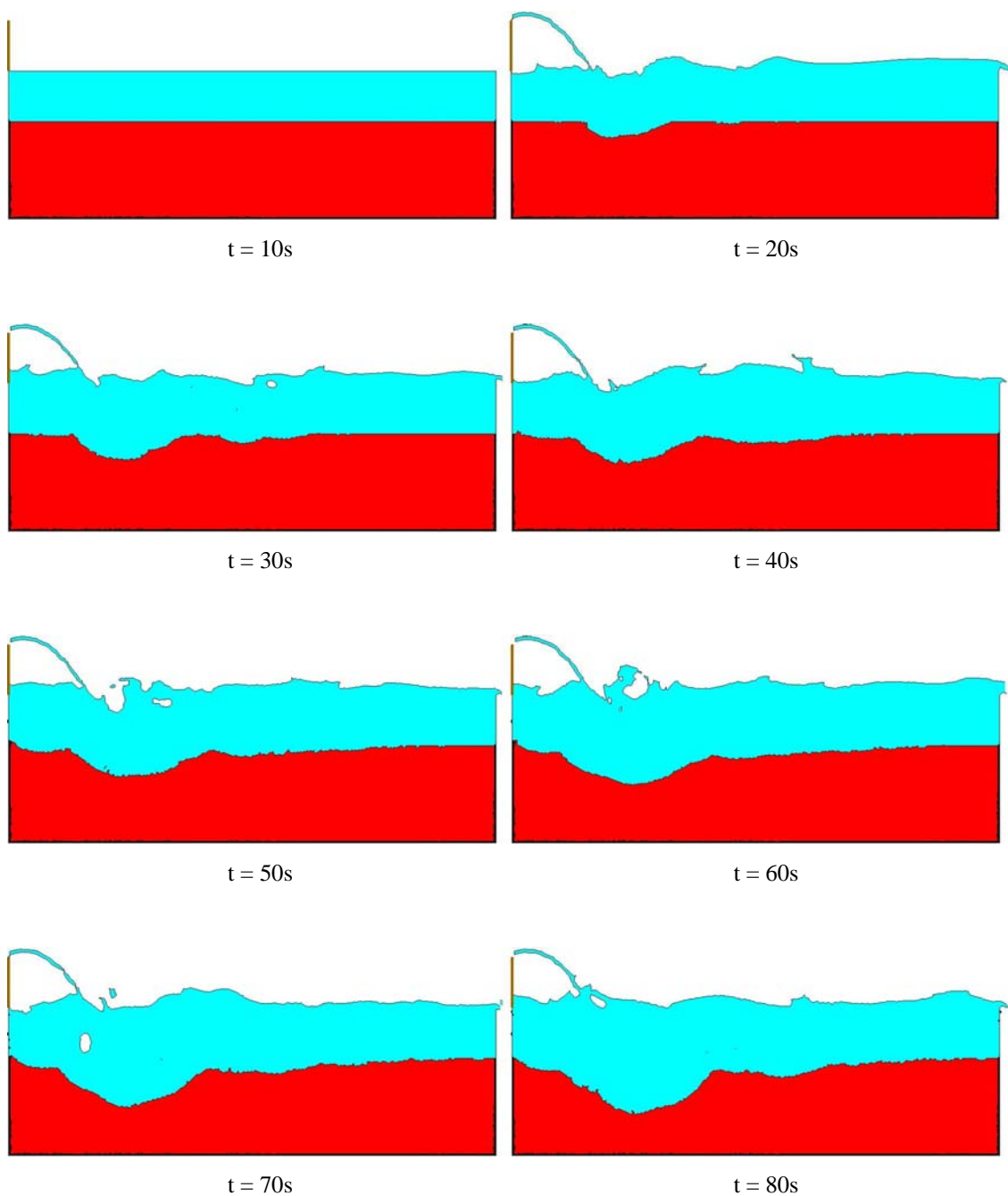


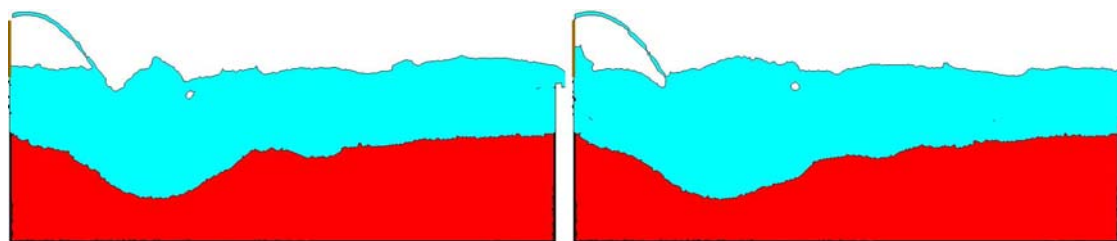
$t = 108.0s.$



$t = 120.0s.$

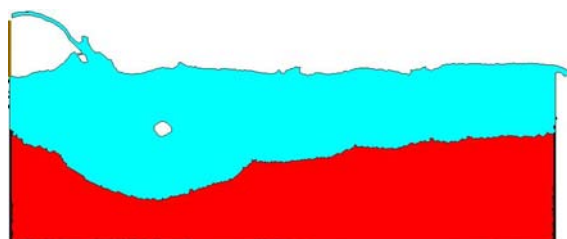
## ANNEX 5: CAIGUDA D'UN RAIG D'AIGUA





$t = 90s$

$t = 100s$



$t = 110s$

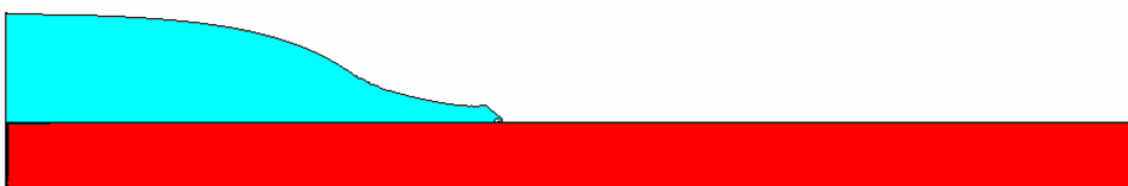
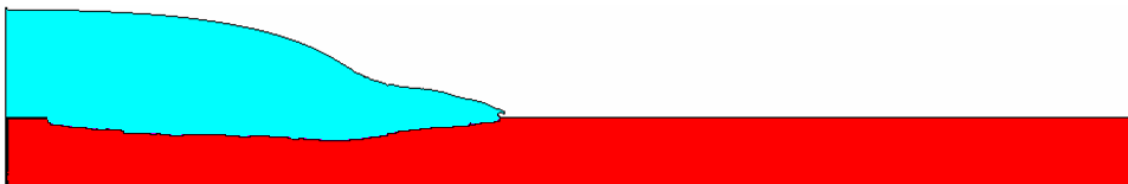
## ANNEX 6: TRENCAMENT SOBTAT D'UNA PRESA – SITUACIÓ 1



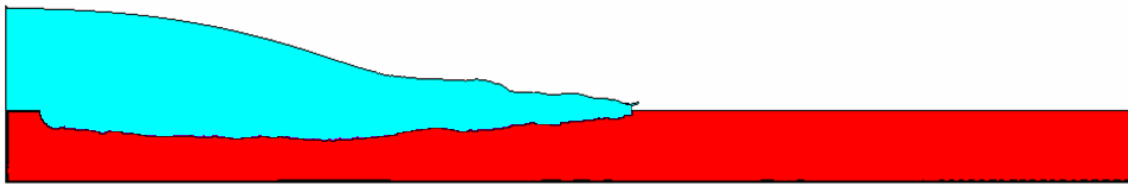
$t = 0s$  (superior: llit erosionable; inferior: llit no erosionable).



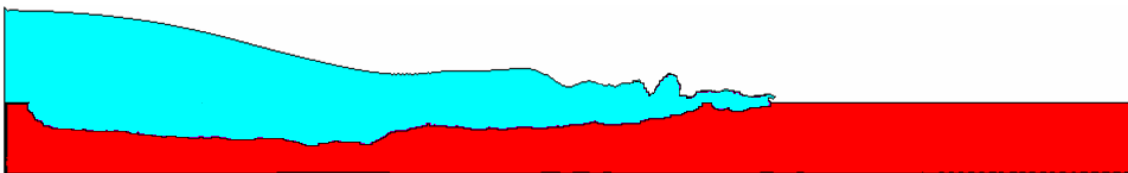
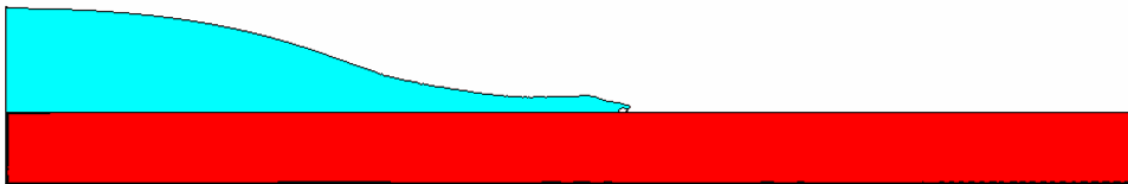
$t = 0.4s$  (superior: llit erosionable; inferior: llit no erosionable).



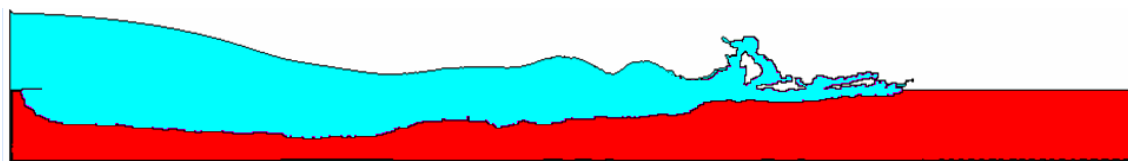
$t = 0.8s$  (superior: llit erosionable; inferior: llit no erosionable).



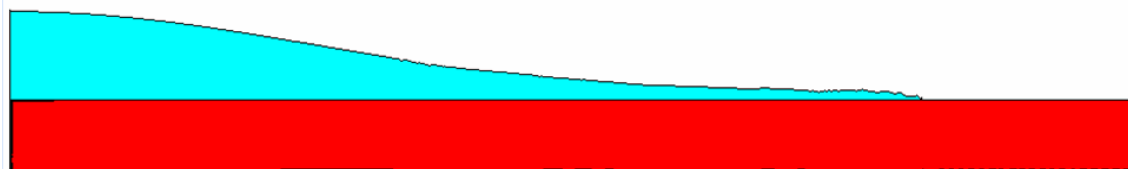
$t = 1.2s$  (superior: llit erosionable; inferior: llit no erosionable).



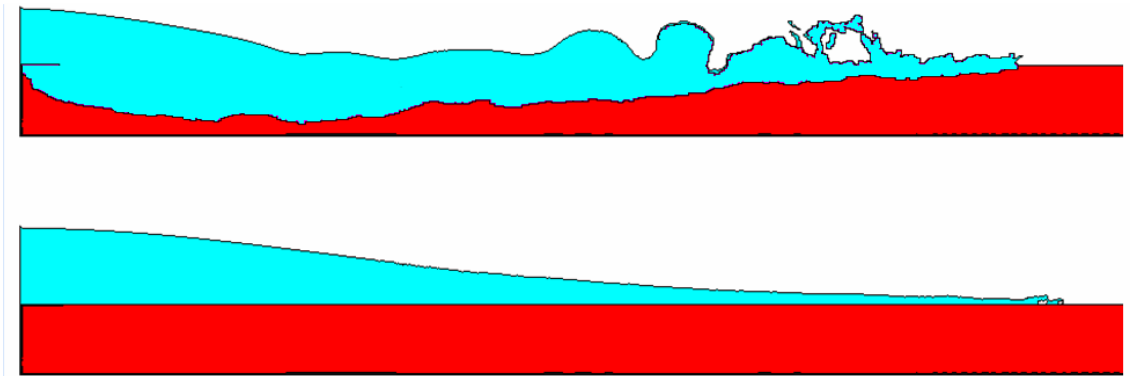
$t = 1.6s$  (superior: llit erosionable; inferior: llit no erosionable).



$t = 2.0s$  (superior: llit erosionable; inferior: llit no erosionable).





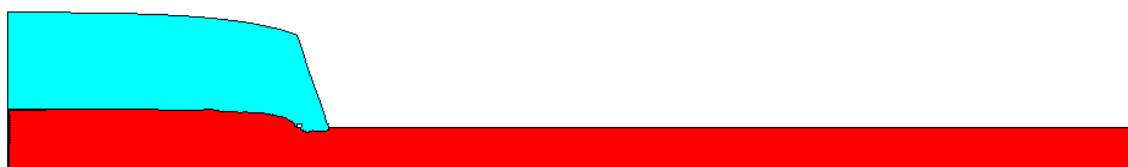


$t = 2.4s$  (superior: llit erosionable; inferior: llit no erosionable).

## ANNEX 7: TRENCAMENT SOBTAT D'UNA PRESA – SITUACIÓ 2



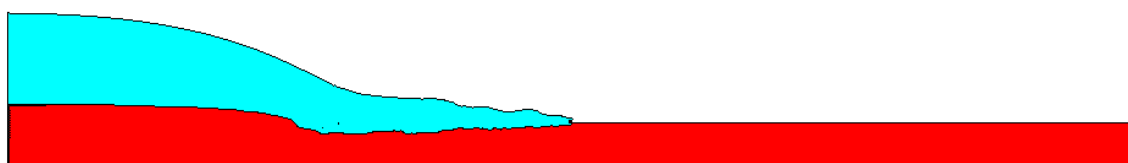
$t = 0.0s.$



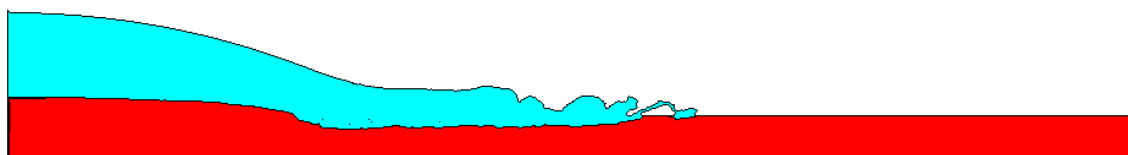
$t = 0.4s.$



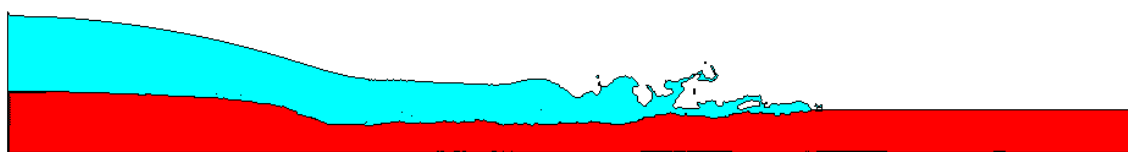
$t = 0.8s.$



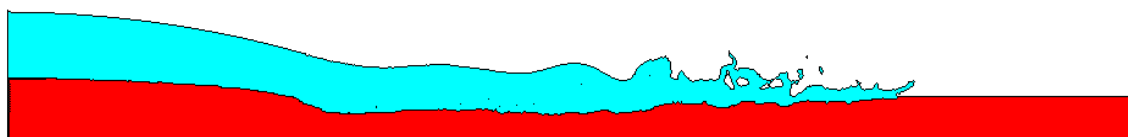
$t = 1.2s.$



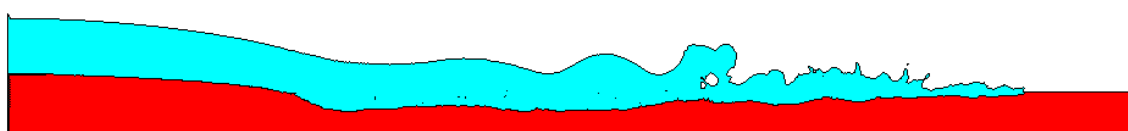
$t = 1.6s.$



$t = 2.0s.$

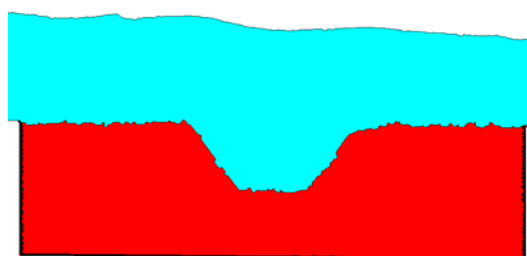


$t = 2.4s.$

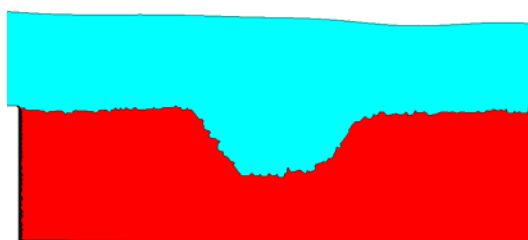


$t = 2.8s.$

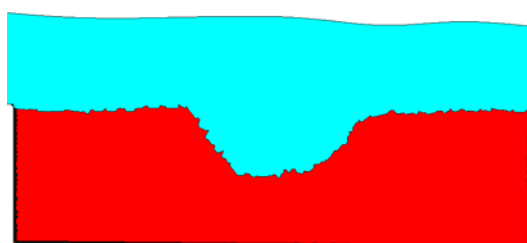
## ANNEX 8: EXTRACCIÓ DE SEDIMENT DE LA LLERA



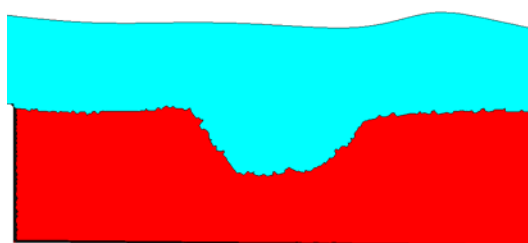
$t = 15.9s$



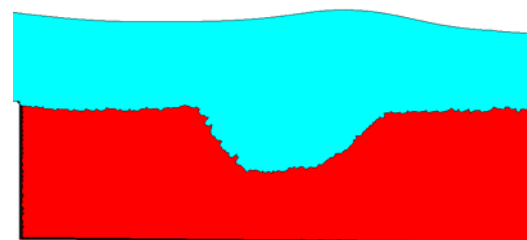
$t = 31.9s$



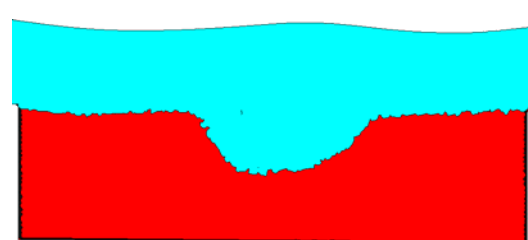
$t = 47.9s$



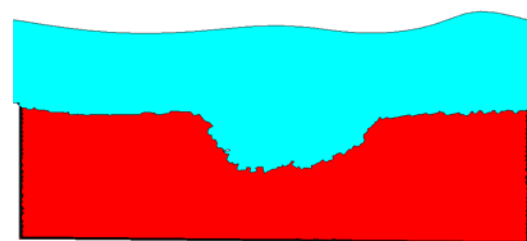
$t = 63.9s$



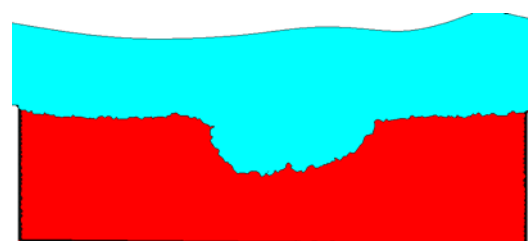
$t = 79.9s$



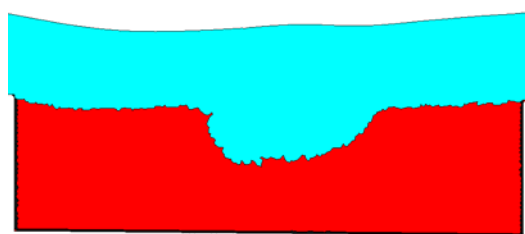
$t = 95.9s$



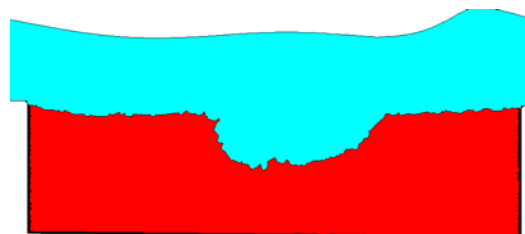
$t = 111.9s$



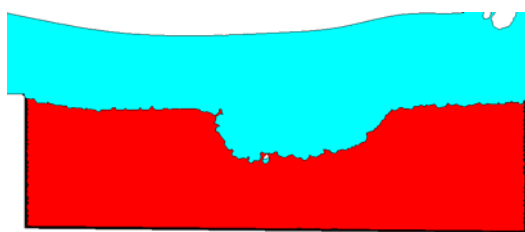
$t = 127.9s$



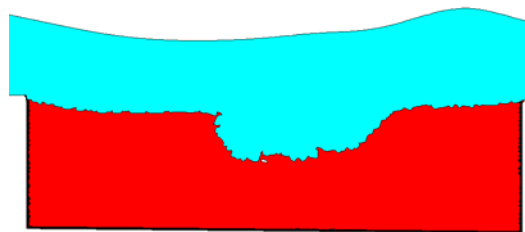
$t = 143.9s$



$t = 159.9s$



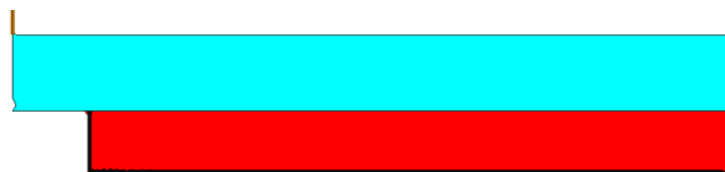
$t = 175.9s$



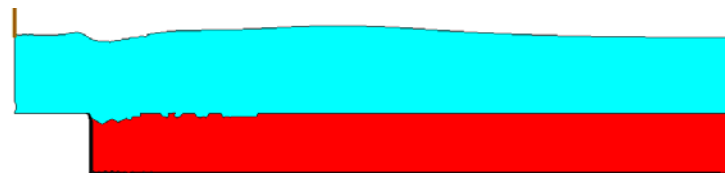
$t = 191.9s$

## ***ANNEX 9: EROSIÓ PRODUÏDA PER UN RAIG D'AIGUA SUBMERGIT***

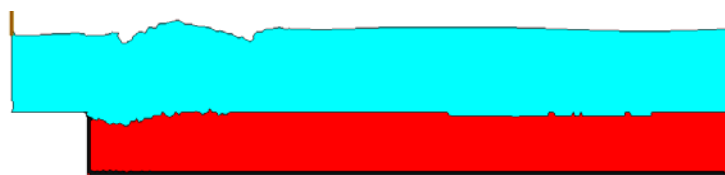
Velocitat d'entrada de fluid:  $v = 1.15\text{m/s}$ .



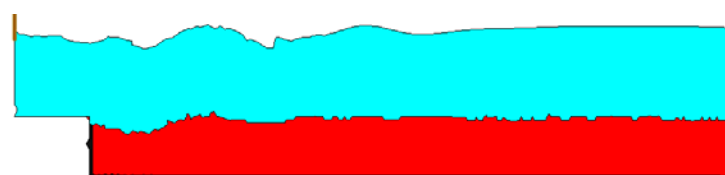
$t = 0.0\text{s}$



$t = 0.7\text{s}$



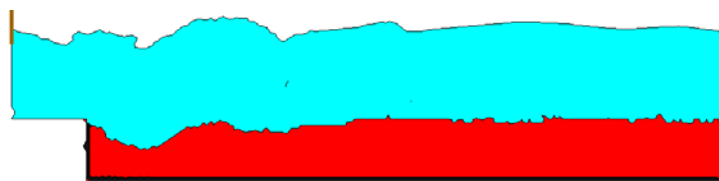
$t = 1.5\text{s}$



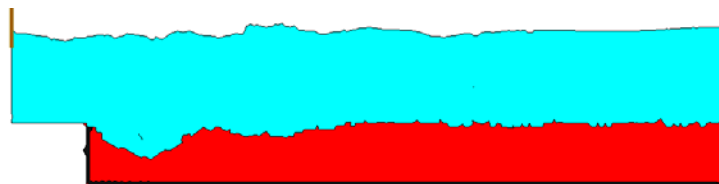
$t = 2.3\text{s}$



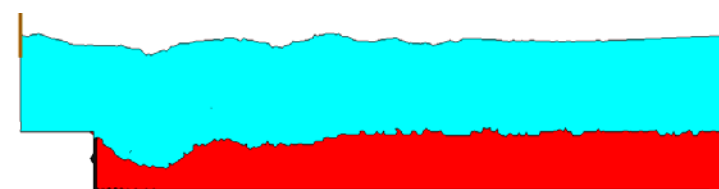
$t = 3.1\text{s}$



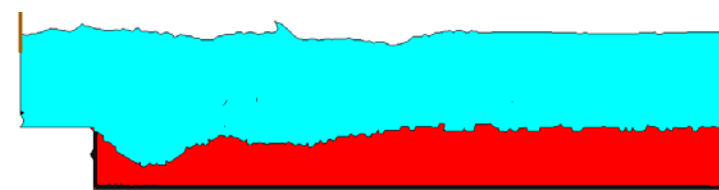
$t = 3.9s$



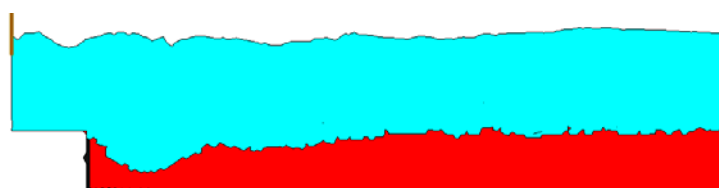
$t = 4.7s$



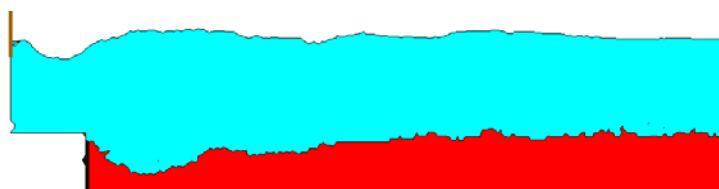
$t = 5.5s$



$t = 6.3s$



$t = 7.1s$



$t = 7.9s$

## ***ANNEX 10: ARTICLE***

**“Erosion by a two-dimensional horizontal jet on a movable bed downstream of a fixed bed”**















## ***ANNEX 11: ARTICLE***

***“The stepped dam-break test case: results from the IMPACT benchmark”***

















